四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

數度衍卷十二

詳校官欽天監夏官正臣何廷瓚

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官降調編修臣倉聖脉

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄錄監生臣王志遠

繪圖天文生臣林皋

欽定四庫全書

數度衍卷十二

桐城　方中通　撰

開平方少廣之七

珠算開平方法

通曰四算中惟尺算不便於開方而珠筆籌法亦不同故分衍之

式横叁百貳十肆開平方一面幾何曰十八術列實於卯辰巳下約初商一十置子位亦置未位為方法左右

相呼曰一一如一除實一百卯位叁變二餘實二百二

十四以方法一十倍為二十為廉法變未

位一為二約次商八置丑位亦置申位為

隅法先左右二八相呼曰二八一十六除

實一百六十卯位實盡辰位貳變六餘實

六十四次左右八八相呼曰八八六十四

申未午巳辰卯寅丑子

方一　八隅　二廉

六　肆　貳　三　叁

八次商　一初商

除實六十四辰巳二位實盡則所商之一十八即方面

也

通曰次商與初商不同須視實內除廉外尚有隅之自

乘否如次商八除二八一百六十之外餘實尚有六十四可除隅八之自乘故用八若止餘六十三則不用八而用七矣

歸除開平方式積五萬四千七百五十六問平方一面幾何曰二百三十四術置實盤中初商二百置實首左位另置二百於右左右相呼曰二二如四除實四萬餘實一萬四千七百五十六以右二百倍作四百為法歸除之呼曰四一二餘二逢四進一十得三十為次商置右四百之下呼曰三三如九除實九百餘實一千八百

五十六又以右下三十倍作六十共四百六十為法歸除之呼曰四一二餘二逢八進二十得四為三商置右六十之下呼曰四六二十四除實二百四十呼曰四四一十六除實十六實盡變為二百三十四即方面也

筆算開平方法

式積貳千壹百壹十柒萬捌千肆百〇肆問平方一面幾何曰四千六百〇二術列實八位從末位肆下作點隅位一點共四點知有四回商數也實首點在次位以貳壹相連作二十一者然也應用自乘有幾十幾數者

為商令初商用四註初點下亦紀格右相呼四四一十

千百十萬千百十零

格右
四六〇二
商數

伍 壹 參 壹 叁
貳 壹 壹 柒 捌 肆 〇 肆
四 八 ㊅
九 二 〇
九 二 〇 ㊂

六於實貳千壹百內除一千六百抹去貳壹變伍完首段矣餘實伍百壹十柒萬捌千肆百〇肆第二段實至次點止曰伍壹柒先立廉法倍初商四為八註實壹下空次點一位以待隅法乃商伍十壹內作五十一有六回八即用六為次商紀初商四右亦註六於次點下為隅法如八十六者然也乃與次商相呼先呼

六八除實四百八十抹去伍壹變叄又呼六六除實三十六萬抹去叄柒變壹完第二叚矣餘實壹萬捌千肆百〇肆第三叚實至三點止曰壹捌肆其格右四六倍作九十二為廉法註九於實壹下二於實捌下空三點一位以待隅法壹内不可除九遇此則知商有〇位竟作〇於商數四六之右以作第三商完第三叚矣餘實如故第四叚實至四點止曰壹捌肆〇肆其格右四六〇作四百六十倍作九百二十為廉法註九於實捌下二於實肆下〇於實〇下空四點一位以待隅法乃商

壹十捌内作一十八有二田九即用二為四商紀商數四六○之右亦註二於四點下為隅法如九千二百○二者然也乃與四商相呼先呼二九除實一萬八千抹去壹捌又呼二二除實四百抹去肆又呼二二除實四數抹去肆實盡完四段矣則格右之四六○二即方面四千六百○二也

通曰初商點在實首者三以前用一八以前用二九則當用三點在實首次位者十五以前用三二十四以前用四三十五以前用五四十八以前用六六十三以前

用七八十以前用八九十九以前用九滿百則點又在實首矣

用命分式　術倍前商數加一為母餘實為子依法命之如設積六十開方初商七除實四十九餘實十一今倍前商七作十四加一得十五為母以餘實十一為子命曰七又一十五之一十一而縮試并初商及分數自之用奇零整帶零與整帶零乘法詳筆算下得二二五之一三四五六以一三四五六為實以二二五為法除去四十九四二二五餘二四三一得四十九又二二五之二

四三一也其二四三一之内尚有十田二二五如亦歸整并四十九為五十九又二二五之一八一則不及原積六十矣故曰縮若倍初商不加一為毋命為十四之十一試自之得六十又一九六之一四一則又過原積而盈矣舉成數可也又術如開方不盡實又欲得其小分則通為小數須於餘積之右加兩〇化一為百也如法開之得根數當命為一十分之幾分也或加四〇化一為萬開得根數命為一千分之幾分也如設積六十已商七不盡實十一欲得其細分於右加六〇是十一

化為一千一百萬也如法開之又得商七四當命為一千分之七十四也

奇零開平方式　術凡開方不盡實用命分第一術又不盡者用盈不足對稽可也如實二十者初商四除實十六餘實四依命分法立子母化初商用整帶零與整帶零乘法得八十一之一千六百以小除大當以八十一除一千六百也除得一十九零八十一之六十一一千六百內有十九田八十一餘六十一又不盡者八十一之二十必須另立一法消八十一則歸整一數止得六十一尚餘二十用盈不足對稽如前用四

自乘盈四用五自乘又不足五也以不足五對前四又九九之四前四者初商也九之四者倍初商加一為母九餘實為子曰九之四而以少減多以五為原數以四又九之四為減數用奇零整內減整及零法餘九之

原數	減數
五	九(四) 肆
減	餘
九(五)	

五乃以前四零九之四倍之為八零九之八并入減餘九之五除去整八在外

以九之五與九之八相并用奇零同母加法歸整得一

同	母
九(五)	九(八)
歸	整
九(四)	壹
并	得
九(四)	玖

零九之四乃以在外之整八并入一為九得九零九之四也又

以此九零九之四為除數以前餘未盡八十一之二十

原數	除數
一八 二〇	九 四 玖
除	得
五八 一八〇	六八

餘實也為原數用奇零整帶零除零法除得六千八百八十五之一百八十也又以此除得數與前九之四十相并九之四十者倍初商四加一共九為母餘實四為子曰九之四又用化法以初商四乘母九得三十六再并子四得四十是以四零九之四化為九之四十也用奇零異母加法子母互乘并母并子得六萬一千九百六十五之二十七萬七千〇二十也歸整以少除多母數少為法除二十七萬七千〇二十得四尚餘二萬九千一百六十是為四零六一九六

異母	
九 四〇	五八八六 一八〇
并得	
五六九一六 二〇七七二	
歸整	
五六九一六 二九一六〇 肆	

五之二九一六〇也約之得十七分之八乃知實二十者開方得四零十七分一之八也

通曰以開方得四化之每一數作十七共化為六十八又并入八得七十六為平方一面之數也自乘得五千七百七十六為方積實二十亦化之每一數作十七之自乘共化為五千七百八十較之方積則多四也即以初商四後之餘實四化為一千一百五十六以二廉及隅較之先并八與十七相乘之數八得一千〇

子至丑化為六十八甲至乙化為七十六

八十八又并八自乘共得一千一百五十二又少四也則餘實有終不能盡者矣

又術以四開二十不盡今用四零二之一以求之倍初商四得八為母以不盡實四為子曰四零八之四約之得四零二之一化之得二之九（以四乘母二得八加子一共九故化為二之九）母子各自乘得四之八十一歸整以母四除子八十一得二十零四之一則實不足矣另置四之一為實將前四零二之一倍數得九為法除之以

原	除
四 二	九
倒位	
四 二	九 二
乘	
六 一	三

二 九	三六 二 二
并	得
七二 三二四	七二 二

減除
二七 / 二二三
歸整
二七 / 四三 肆

九立一為母曰一之九倒位曰九之一與四之一相乘母乘母子乘子得三十六之一又將三十六之一與前二之九相并兩母相乘得共母七十二母子互乘得各子一曰七十二之二一曰七十二之三百二十四又相減於三百二十四內減二餘三百二十二是七十二之三百二十二也再以七十二為法除三百二十二歸整得四零七十二之三十四約為四零三十六之一十七

籌算開平方法見前籌算

平方積較和開法

平方長闊不等者以長闊相乘為實積以長闊相減為較以長闊相并為和

積和求較式 積八百六十四長闊和六十問長多闊幾何曰十二術以和六十自乘得三千六百四因積得三千四百五十六相減餘一百四十四平方開之得一十二為長多於闊之較

長闊和共六十
長三十六 闊二十四
較
中較縱橫皆十二
共六十

通曰積者勾股相乘之直積也此乃積與勾股和求勾

股較之法

積較求和式積八百六十四濶不及長十二問長濶和共幾何曰六十術四因積得三千四百五十六不及十二自乘得一百四十四相并得三千六百平方開之得六十為長濶和

通曰此乃積與勾股較求勾股和之法衍此二式以起後法

平方積較求濶

積與較求濶者其長之積多於濶若非加法以帶除其

長當於實積内抽減其長之積故其法有二一以較為縱方并縱入方曰帶縱開平方一以較為減積以方乘減曰減積開平方

一帶縱開平方法

式直積捌百陸十肆潤不及長壹十貳問潤幾何曰二十四

商數　四　二

實　列　捌　陸　肆

廉縱　商　五　六

術列實定點以帶縱壹十貳隨實首列之初商二紀格右亦列首點下并縱首壹為三抹二壹而註三相呼二三除實六首位實捌變二又呼

二貳除實四次位實陸變二完首段餘實二百二十肆
倍初商二為四作廉法列次位實下此退位列也亦退
位列帶縱以廉四并縱壹為五抹四壹而註五次商四
紀格右亦註末點下為隅法以隅四并縱貳為六抹四
貳而註六相呼五四除實二十抹首位餘實二又呼四
六除實二十四次位餘實二三位實肆皆抹去實盡所
商二四即濶二十四也
又式　　術如實貳十叄萬〇肆百縱柒百貳十初商可
用四但縱首柒并四為十一實首貳叄無四十四可除

遇此須減商作二（三亦多故用二）紀格右亦註首點下并縱𣏟為九抹二七而註九相呼二九除實一十八抹貳叄變五又呼二貳除實四五變四〇變六完

首段餘實四萬六千肆百倍初商二作四為廉法列實〇下又列縱於廉下次商四紀格右亦註次點下為隅法以廉四并縱𣏟為十一抹四𣏟而註一左位又註一此十以隅四并縱貳為六抹四貳而註六乃以次商四也呼首一曰一四除實四抹四又呼次一曰一四除實四

六變二又呼四六除實二十四二肆皆抹去實盡尚有末點未開當於格右紀○以作三商則知直方濶二百四十長九百六十也

通曰以濶并縱得長也

又式　術若實數首位寡而帶縱數多不能開者雖點段在首位亦退一位列商縱而減一商也如實壹萬陸千壹百貳十捌帶縱柒十貳數多即減一商三點止兩商也退列縱於次點下起初商九紀格右亦註次點下并縱柒為十六抹九柒而註六左位註一相呼一九除實九抹

首壹陸變七又呼六九除實五十四七變一壹變七又呼貳九除實一十八七變五貳變四完首段倍九得一十八為廉法列之退列縱

次商六紀格右亦註末點下為隅法以廉八并縱柒為十五抹八柒而註五左位進一廾廉一為二以隅六廾縱貳為八如法呼除實盡得濶九十六長一百六十八

又式　術其實首數多帶縱數少可以開除者仍照所點段位開之如實叁萬捌千肆百帶縱貳百首位叁自

為一段初商一紀格右註首位下并縱貳為三呼一三

一 二 〇 直列

〇〇

肆 二 捌 二 貳 四

叄 一 貳 三

除實叄完首段倍一作二為廉註次位并縱貳為四次商二紀右註次點下為隅呼除實盡尚剩一點未開商後加一〇得濶一百二十長三百二十

又式　術若點段開位少而帶縱位反多（加三點該百而帶縱至千之類）以初商置首點下以帶縱大數進左列之（必首段係二位者方有此例）　如實壹十玖萬捌千帶縱壹千伍百叄十遇此則列縱亦須以百隨百而進千矣初商一紀右註首點下

次縱伍當隨一下列之初商一百也次縱伍亦百也首縱壹進列首位下以初商一并縱伍為六先與縱壹呼一壹除實壹再呼一六除實六再呼一三除實三

完首段倍初商一作二為廉註三位實下帶縱壹退從次位起列伍於廉二下并為七次商二紀右註次點下并縱叁為五依法與次商呼除又加一〇得澗一百二十長一千六百五十

又式　術帶縱并商數有共一十者進位再并可也如

實柒萬貳千縱肆百捌十點在首位初商一紀右註首點下縱首隨列以一并縱肆為五呼除畢餘實一萬四千倍初商作二為廉註次位縱亦次列并二肆為六次商二紀右註次點下先呼二六除十二首位餘實一抹去次位餘四變二然後以商二為隅者并縱八為一十進位註一本位註〇乃呼一二除二實盡又加一〇得濶一百二十長六百

通曰既列次商帶縱先以廉二并縱肆為六又以隅二

并縱捌為一十進一於所并六下以一六并為七然後以次商二與七相呼二七除一十四抹首位餘實一次位餘實四亦便

又式　術若實數縱數商數俱多者襍糅易淆務須先將帶并之數逐一歸并各註本位之下乃以呼除始不紊亂如實壹十陸萬陸千肆百陸十肆縱壹千〇捌十捌初商一紀右註初點下三

一	八	一		
四	七	三		
五	八	六	二	
壹	陸	陸	肆	陸	肆
二	三	三	六	
	三	六		
壹	○	捌	捌	
壹	○	捌	捌	
	一	一		
	三			
壹	○	捌	捌	
一	四	四		
三	五			

一三六　直列

點知初商係百位以縱百位〇隨列初商下列縱壹千於進位初商一與縱〇無幷仍是一先以右一與縱壹呼一壹除一又以右一與商一呼一一除一又以右一與縱捌呼一捌除八又以右一與縱尾捌呼一捌除八完首叚餘實四萬七千六百陸十肆倍初商得二為廉註三位實下退列縱數以相幷廉二與縱〇無幷仍是二次商三紀右註次點下幷縱捌為一十一改三捌為一進位〇下註一又改二〇一為三幷畢須以最下横列之壹三一捌為主皆與右三相呼除實也除畢完次

毀餘實八千一百二十肆倍前商一三作二十六爲廉空末點位以待隅註而以六註第五位實下二註第四位實下退列縱數以相并先以廉六并縱捌得一十四註四於捌下進位註一又以廉首二并所進一得三改二〇一爲三三商六紀右註末點下并縱末捌得一十四改六捌爲四進位四加一改作五并畢以最下横列之壹三五四爲主皆與右六相呼除實也除畢實盡得濶一百三十六長一千二百二十四

通曰凡圖最上爲餘實最下爲并縱并縱者并廉隅縱

為開方之法數也右七式用前積較求和之法得和減縱半之即濶然其變不可不知耳求長亦然

二減積開平方法

減積者於實內減股之積以就其方也股即長也

式直積捌百陸十肆濶不及長壹十貳問濶幾何曰二十四術列實點位另將不及壹十貳為減積以商數乘之而列乘數初商二紀右註首點下乘減積得貳十肆隨位列之相對減原積首位實捌減貳

餘六次位實陸減肆餘二餘實六百二十肆然後以初商呼除二二除四首位餘實六變二完首段餘實二百二十肆倍初商二得四為廉註次位實下次商四紀右註末點下為隅以隅乘減積得肆十捌亦隨位列之相對減餘實首次兩位餘實二十二減肆首位二變一次位二變八次三兩位餘實八十肆減捌次位八變七三位肆變六共餘實一百七十六然後以次商與廉隅呼除四四除一十六抹首位餘實一次位七變一又呼四四除一十六抹次位一三位六實盡得濶二十四

通曰凡定商數須減積後餘實視有商數之自乘否勿以原實定商也初商列初點下初乘首數亦隨初點下列之二段廉退初商一位則次乘亦退一位也

平方積較求長

積與較求長者其濶之積少於長若非益積以補濶則當損其法之長也求法有二以較為負縱乘上商以添積曰負縱益積開平方以較為減縱而以負縱減方法曰帶減縱開平方

一負縱益積開平方法

式直積捌百陸十肆濶不及長壹十貳問長幾何曰三

十六術列實點位另列不及壹

十二為負縱而初商則約所增

負縱之乘商之如首位捌開法

宜用二因有負縱之乘乃商三

```
負縱壹貳　初乘叁陸　次乘柒貳
負隅一
六三
三九三
捌陸肆六
三六六
叁陸
柒貳
```

紀右註首位下為方法而以乘負縱得叁十陸註叁於

首位陸於次位以并原積捌陸作八十六得一二二作一百二十二

次位陸變二首位捌變二進位置一實首左位益積得一千

二百二十肆乃以方法呼除三三除九完首段餘實三

百二十肆倍三作六為廉註次位次商六紀右以乘負縱得柒十貳退位列之退初乘位以并餘積三二肆作三百二十四得三百九十六末位肆變六次位二變九另置一算為負隅以次商六乘之仍得六為隅法乃以次商呼除六六除三十六又呼六六除三十六實盡得長三十六

通曰甲戊巳丁形原積八百六十四也戊乙丙巳形益積四百三十二也甲戊濶二十四甲乙長三十六

戊乙乃長濶之較十二合成甲乙丙丁形乃股冪也股

即長也初商三十自乘得九百

二廉濶六長三十又各相乘得

一百八十隅六自乘得三十六

又式　術直積貳十叅萬〇肆

百長濶較柒百貳十列實緊位

列較為負縱初商九九百紀右註

首點下為方法以乘負縱得陸

肆捌六萬四千八百以益積隨首列之共加得實為八七八肆

〇〇以方法呼九九除八十一完首叚餘實六八肆〇

〇倍九得一十八為廉註八於次點之進位註一於首

點下次商六十六亦乘負縱得肆叁貳四千三百二十以益餘積

退位列之共加得餘實為一一一六〇〇又以次商六

乘負隅一仍得六註本叚點下為隅法乃呼一六除六

六八除四十八六六除三十六實盡尚餘一點作〇得

長九百六十

二帶減縱開平方法

式直積捌百陸十肆濶不及長壹十貳問長幾何曰三

負縱壹貳　初商三○

六　三
肆　六　八　四
三　六　二　陸　八　四　五
捌　二

十六術列實另列不及壹十貳為負縱初商三十三紀右以負縱減之餘一十八挨註首點下為方法先呼三八除二十四八上陸變二進位捌變六後呼一三除三一上六變三先呼一三亦可餘實三百二十肆乃於另列初商三右加○作三十以廾方法得四十八為廉註次位次商六紀右註末點下為隅而廾入廉內得五十四六八廾改四進位四改五乃呼次商五六除三十四六除二十四實盡得長三十六　若商數減後首位多於實

首亦照例退位

十八 六
六 廉 隅 六
三十 廉 三十
十八 六
通長三十六

通曰初商三十減縱得十八相乘除積五百四十次商六并方法為廉四十八二廉共長四十八也相乘除積二百八十八隅六自乘除積三十六

又式有兩方共積若干第云以小方之一面乘大方之一面共若干問兩方面各幾何者如大小二方共積六千五百二十九以小方大方各一邊相乘得叁千壹百貳十先倍兩方乘積得六千二百四十以減共積餘二

百八十九平方開之得較壹十柒乃列二方乘數為實以較為負縱初商六（六十）紀右以負縱減之餘四十三註初點下為方法呼初商四六除二十四三六除

負縱壹柒
初商六〇

五　六　〇五三　八
四　貳三　壹四　一　〇
五　七　叁

一十八餘實五百四十又於初商六右加〇（作六十）以幷方法得一百〇三為廉註下（以末三齊次點止）次商五紀右註尾點為隅幷入廉內共一百〇八乃呼次商一五除五五八除四十實盡得大方面六十五以較一十七減之得小方面四十八

通曰甲乙丙丁大方形也丁壬戊癸小方形也以丙丁邊乘丁癸邊得丙丁癸巳形倍之得庚辛巳癸形以減共積乙壬戊癸甲磬折形則以丙壬戊巳形補甲子丑庚形而後減之餘乙子丑辛形為較冪也甲乙六十五減甲子四十八餘乙子一十七

平方積和求濶

積與和求濶者以和為縱方一為負隅和弃一長一濶積得一長而少一濶故用一為負隅其法有二或益隅

於積乘負隅為方法又乘方法以益積曰帶縱益隅開平方或減隅於積乘負隅以減縱命餘縱以除實曰帶縱負隅減縱開平方

一帶縱益隅開平方法

式直積捌百陸十肆長濶和陸十問濶幾何曰二十四

帶縱陸〇　初商乘　二一
四〇　二一　肆　陸　捌　四　四　二　四
負隅　四　六一　六一

術列實以和為帶縱初商二十紀右

註首點下自乘得四百為負隅以益積共加得實一千二百陸十肆乃以初商呼帶縱曰二陸除實一千二百

餘實陸十肆倍方得四為廉註次位次商四紀右註尾點為隅以次商乘廉四十得一百六十又以次商乘隅四得一十六皆幷入餘實共加得餘實二百四十乃以次商呼帶縱曰四陸除實二百四十實盡得濶二十四

甲 二十四 乙
三十六
原積
丙 丁
二十四 丑 子
卯 寅
己 庚 戊

通曰甲乙丙丁形原積也丁丙己戊形益隅方積也子方初商二十自乘得四百丑寅二廉各長二十與次商四相乘各得八十共為一百六十卯隅四自乘得十六共益積五百七十六也戊庚二十庚己

四戊至巳共二十四為潤乙丙三十六為長乙至巳共六十為和

又式　術又如直積貳萬壹千陸百肆十捌長潤和貳百玖十陸列實點位置和為帶縱初商一百一列右為初方法註首點下自乘得一萬以益積首位貳變三乃以初方法呼帶縱除實一貳除二首位三變一一玖除九次位壹變二進抹一一陸除六三位陸變〇餘實二千〇肆

十捌倍方得二為廉註退位次商三紀右為次方法註次點下為隅廉隅共二百三十以乘次方法三十得六千九百益入餘積三上〇變九二上二變八共加得餘實八千九百肆十捌乃以次方法呼帶縱貳三除六二上八變二三玖除二十七三上九變二進抹二三陸除一十八四位肆變六進抹二餘實六十捌又倍次方法得六為次廉註退位第四位也并入前廉二百得二百六十三商二紀右為三方法註尾點下為隅次廉隅共二百六十二以乘三方法二得五百二十四益入餘積尾捌

變一進位六變九又進位加五共加得餘實五百九十二乃以三方法呼帶縦二貳除四二上五變一二玖除一十八六上九變一進林一二陸除一十二實盡得濶一百三十二

二帶縦負隅減縦開平方法

式直積捌百陸十肆長濶和陸十問濶幾何曰二十四

原縦陸○
負隅一

術列實點位置和為縦方初商二紀右註首點下以乘負隅一仍得二為方法以減縦陸○餘四○隨首位註

之呼初商二四除八抹捌餘實陸十肆倍方二得四為廉註退位亦乘負隅一仍得四十四以減縱陸○餘二○註下次商四紀右註末點下為隅又以隅四減餘縱二十餘一十六附註乃與次商相呼一四除四四六除二十四實盡得濶二十四　或初商除實訖即以初商再減餘縱以所餘為縱方以次商再減為下法亦可蓋倍初商為廉以減原縱與以初商減餘縱之餘數相同即可不立廉矣

通曰甲乙癸子全形乃和與濶相乘之形也內甲乙丙

已戊丁罄折形為原積此外皆負積也初段減壬癸縱二十次段減丙辛縱二十又減辛壬縱四餘乙丙縱十六乃原積形內之數故不減今以原積形內之乾形補原積形外之坤形而成甲乙辛寅形得濶二十四長三十六

又式　術列實陸萬玖千叄百陸十長濶和柒百捌十貳為縱初商一百一乘負隅一仍得一以減縱柒餘六隨首列餘縱六捌貳與初商相呼一六除六一捌除八一

貳除二餘實一千一百陸十倍方得二為廉二百註退位以減縱餘五捌貳退位附列而縱餘五多於實餘一遇此紀〇於右作次商倍方一〇得二

為廉二百註次點下以減縱餘五捌貳退位附列三商二註尾點為隅以餘縱與次商相呼二五除一十二捌除一十陸實盡得濶一百二十

通曰縱尾貳須先以隅二減之縱餘止五捌〇也

又式　術若以積與虛長濶共若干而欲求其濶及長

者如直積捌百陸十肆三長五濶共二百二十八求濶者以三乘直積得貳千伍百玖十貳為實（三長原有三積故以三乘）五為負

四 二 貳●捌
三 二 玖 捌 伍●貳 貳 一
帶縱 貳貳捌
負隅 五

隅（暗添五以濶之積）共貳百貳十捌為帶縱列實點位初商二乘負隅五得一十（一百）以減縱首貳餘一隨首列餘縱一貳捌與初商相呼一二除貳二貳除四二捌除一十六餘實三十貳又以初商二乘負隅五得一十（一百）減餘縱首一止餘縱貳捌（即倍方為廉也）次商四乘負隅五得二十再減餘縱貳十止餘捌註末點下以呼次商四捌除三十

貳實盡得濶二十四

帶縱　負隅　三
以商乘隅減縱曰乘減
乘　減

如右式求長者以五乘直積得肆千叁百貳十為實以三為負隅以共貳百貳十捌為帶縱初商三以乘負隅三得九十以減縱餘縱一百三十捌挨註首位下與初商相呼一三除三三三除九三捌除二十四餘實一百八十復以初商三乘負隅三得九十以減餘縱止餘四十捌次商六亦乘負隅三得一十八以減餘縱止餘三十註餘實下與次商相

呼三六除一百八十實盡得長三十六

又式　術又有以積與虛長濶和較共若干求濶及長者如直積八百六十四一長二濶三和四較共叁百壹十貳數乃約三和自具三長三濶以幷一長二濶共四長五濶又以四較益濶為四長

二〇
二二七
陸玖壹
二九貳
四二　貳
八六二
帶縱　六七九　八貳壹叁　二
負隅　一

共得八長而餘一濶求濶者以八長乘直積得陸千玖百壹十貳為實以一濶為負隅以共數為帶縱初商二以乘負隅一仍得二十以減縱餘縱二百九十貳列實

下以呼初商二二除四二九除一十八二貳除四餘實一〇七貳又以初商二乘負隅一得二十以減餘縱止餘二百七十貳次商四又乘負隅一得四以減餘縱止餘二百六十八列餘實下與次商相呼除實盡得濶二十四　求長者以一濶乘直積為實以八長為負隅也

當用翻法詳後

又式　術又有以虛長虛濶約其子母共若干與積若干求長濶者如直積二千三百五十二只云長取八之五濶取三之二幷得六十三以兩母互乘三八得二十

四以乘幷得之六十三得壹千伍百壹十貳為帶縱而以長母八乘潤子二得十六為潤率以潤母三乘長子五得十五為長率則知此帶縱數内具有長十五潤十六也求潤者以長一十五乘直積得叁萬伍千貳百捌十為實以潤一十六為負隅初商四十也乘負隅得六百四十以減縱餘縱八百七十貳註實下與初商相呼四八除三十二四七除二十八貳四除八餘實四百又以初商所乘隅算

之六百四十減餘縱止餘二百三十貳次商二乘負隅得三十二亦減餘縱止餘二百列餘實下與次商相呼二二除四實盡得濶四十二以除直積二千三百五十二得長五十六

通曰以長十五乘積為實有三點而直積之二三五二止兩點仍以直積定商位故知初商為十也餘縱列位常隨實首今縱八多於實首三故照例退位

平方積和求長

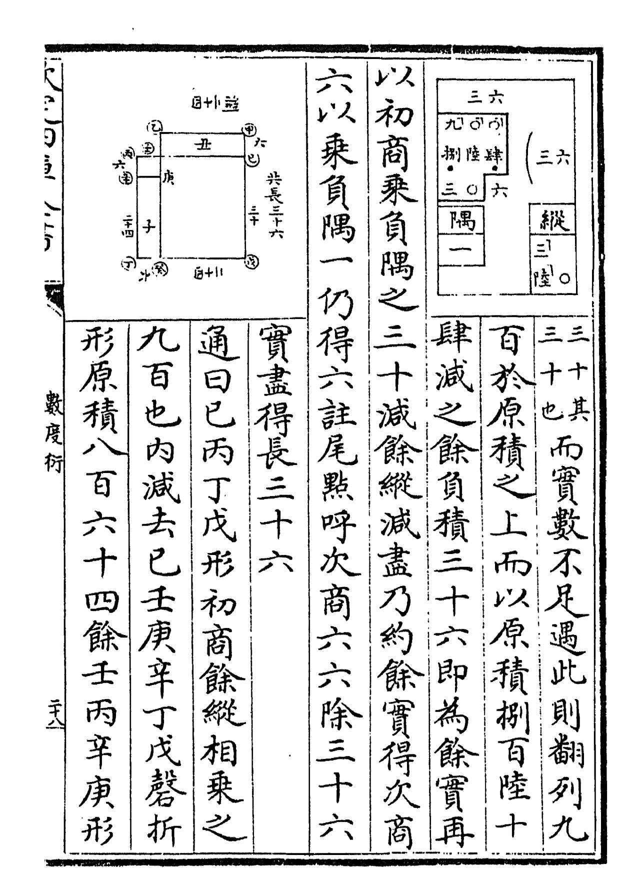
積與和求長者原積有長濶相乘而無長自乘宜損濶

以益長故以和為縱方而置一算為負隅稍贏其商以減其縱用減餘者以除積而積常不足則翻以積減縱而餘為負積或再商命隅以減縱而縱反不足亦翻以縱減商而餘縱三者俱負乃以負縱約餘負積商命負隅開之是為帶縱負隅減縱翻法開平方也

帶縱負隅減縱翻法開平方法

式直積捌百陸十肆長闊和陸十問長幾何曰三十六

術列實以和為縱方一為負隅初商三乘負隅仍得三十以減縱餘三十列實下與初商相呼三三應除九百



而實數不足（其三十三十也）遇此則翻列九百於原積之上而以原積捌百陸十肆減之餘負積三十六即為餘實再以初商乘負隅之三十減餘縱減盡乃約餘實得次商六以乘負隅一仍得六註尾點呼次商六六除三十六實盡得長三十六

通曰已丙丁戊形初商餘縱相乘之九百也內減去已壬庚辛丁戊磬折形原積八百六十四餘壬丙辛庚形

三十六在原積之外也以子形移至丑形成甲乙癸戊形得濶二十四長三十六

又式　術如直積叄千肆百伍十陸長濶和壹百貳十

求長者列實以和為縱一為負隅初商七乘負隅仍得七十減縱餘五十與初商相呼五七應除三千五百而原積不足乃翻以三千五百列上而以原積減之餘四十四為餘實又以初商所乘之七十減餘縱而餘縱亦不足乃翻以餘縱五十減

初商乘數七十餘二十為廉註三位下而縱又為負次商二註尾點為隅廉隅共二十二呼次商除之實盡得長七十二

又式　術有虛立長濶和較求長者如直積捌百陸十肆一長二濶三和四較共叁百壹十貳依前法衍得八

長一濶以一濶乘直積為實捌長為負隅共數為縱方列實初商三乘隅捌得二百四十以減縱餘七十貳列實下呼初商三七應除二千一

六九二一
六一二
肆陸捌
七二
六六二
三六

縱　貳壹叁
七
八六一

隅　捌
○四二
八四
六一二

百六十而積不足乃翻以二一一六列上二乃千數故進位而以積減之餘負積一千二百九十六即爲餘實又以初商所乘之二百四十減餘縱而餘縱亦不足亦翻以餘縱七十貳減之餘負縱一百六十八次商六乘負隅捌得四十八又并入負縱一百六十八得二百一十六列實下以呼次商除之實盡得長三十六

通曰凡減法原以小減大故宜用翻法也

平方帶縱諸變

縱方之術所以通平方之變而翻法一術又所以通縱

方之窮此外有積與二濶較及長濶較求濶者皆以錯綜為用以取其條理也衍之於左

一帶縱減積開平方法

弍三廣田積貳千肆百陸十伍步云中廣不及南廣八步亦不及北廣三十六步又不及正長六十七步問三廣各幾何長幾何曰中廣十八步南廣二十六步北廣五十四步正長八十五步

帶縱　壹壹二

減積　柒陸　一四〇七

術列積為實幷不及二廣共四十四以四除之得壹十

壹為帶縱以不及長陸十柒為減積初商一十也并帶縱得二十壹隨首點列之為方法以乘減積得一千四百〇七依千百位列實下先以此呼初商一一除一一四除四一七除七餘實一〇五八次以方法二壹呼初商一二除二一壹除一完首段餘實八四八倍初商一作二為廉并帶縱壹十壹及減積陸十柒共九十八為方法註退位次商八註末點并方法得一百〇六列下呼次商一八除八六八除四十八實盡得中廣一十八各加不及合問

通曰初叚以乘減積數依列位并方法為一六一七呼除亦便

二減積帶縱負隅并縱開平方法

式大小二方共積七千五百九十二大方面較小方面多二十八問大小方面各幾何

曰大方面七十四小方面四十六術較自乘得七百八十四以減積餘陸千捌百〇捌為實倍較得伍十六為帶縱二為負隅初商四乘負隅二得八十并縱共一百三十六

帶縱 陸伍

負隅 貳〇八

為方法註積下呼初商一四除四三四除一十二四六除二十四餘實一三六捌倍初商作八十并初方一三六共二百一十六為廉註退位次商六亦乘負隅二得一十二為隅并入廉内共二百二十八呼次商除之實盡得小方面四十六加較得大方面七十四

又式　術如大小三方共積四千七百八十八大方面多小方面三十中方面多小方面十二大方面多中求各方面十八也面者以較三十自乘得九百

以較十二自乘得一百四十四相并得一千〇四十四以減共積餘叁千柒百肆十肆為實并二較得四十二倍得捌十肆為縱以三為負隅初商二乘負隅三得六十并縱共一百四十四為方法列實下呼初商一二除二二四除八又二四除八餘實八百六十肆倍初乘隅六十得一百二十為廉并縱得二百〇四註退位為方法次商四乘負隅三得一十二為隅并方法共二百一十六呼次商除實盡得小方面二十四加較十二得中方面三十六又加較十八得大方面五十四

通曰負隅用二者二方故也用三者三方故也

三隅算開平方法

凡圓者之四可當方者之三幷方圓之率為七用七為隅算以求之

式方圓共積二千二百六十八方面圓徑相等問面徑俱幾何曰方面圓徑俱三十六

術四乘原積得玖千〇柒十貳為實列七為隅算初商三乘隅

二
三 七
玖 〇 柒 貳 三 六
二 一 〇 二
四 六

隅算
柒
二 一 〇
四 二

算七得二百一十為方法呼初商二三除六一三除三

餘實二七柒貳倍初商得六十為廉次商六乘隅算七
得四十二為隅又以次商六乘廉六十得三百六十并
隅得四百〇二又并入廉六十共四百六十二呼次商
除實盡得方面圓徑俱三十六又術以四乘原積得九
千〇七十二并方四圓三得七為法除之得一千二百
九十六為實平方開之得三十六更捷

四帶縱隅益積開平方法

式方不知積但以長乘一長二濶三和四較之共數得
肆萬肆千玖百貳十捌長濶較貳十肆問長幾何曰七

負隅	益縱
玖	肆貳
六三〇	一六八〇
一二六〇	四八

十二術列所乘共數為實置較為益縱約三和得三長三濶以并一長二濶得四長五濶又并四較取四濶為長總得八長一濶共九段以九為負隅初商七乘負隅九得六百三十為隅法又以初商七乘益縱二十四得一千六百八十註實下以益積共加得實肆萬六千六百〇捌却以隅法六百三十註實退位與初商相呼六七除四十二三七除二十一

餘實二五〇捌乃倍隅法六百三十得一千二百六十為方法註實退位次商二又乘負隅九得一十八為隅法另以次商二乘益縱二十四得四十八并入餘實共加得餘實二五五六却以方隅并得一千二百七十八與次商相呼除實盡得長七十二

五帶縱負隅減縱開平方法

同右法或損長以就之則用此也

式一長二濶三和四較以長乘之得肆萬柒千貳百壹十貳長濶較二十八問長幾何曰七十四術列實較為

縱如右式推得九為負隅初商七乘負隅九得六百三十為方法內減帶縱二十八餘六百○二退位註呼初商六七除四十二二七除一十四餘實五○七貳倍方法六百三十得一千二百六十內減帶縱二十八餘一千二百三十二為廉列餘實下次商四乘負隅九得三十六為隅法并廉共一二六八呼次商除實盡得長七十四

六減積帶縱隅益積開平方法

又有同前不知積知較而以濶乘其一長二濶三和四較之共數得若干求長者用此

式設有一長二濶三和四較之共數以濶乘之得二萬

一七
三六〇
三一〇五四
貳玖叁柒陸　七二
四二〇
八五二　隅算
益縱　陸
貳肆　四二〇
一六八〇　八四〇
四八　一二

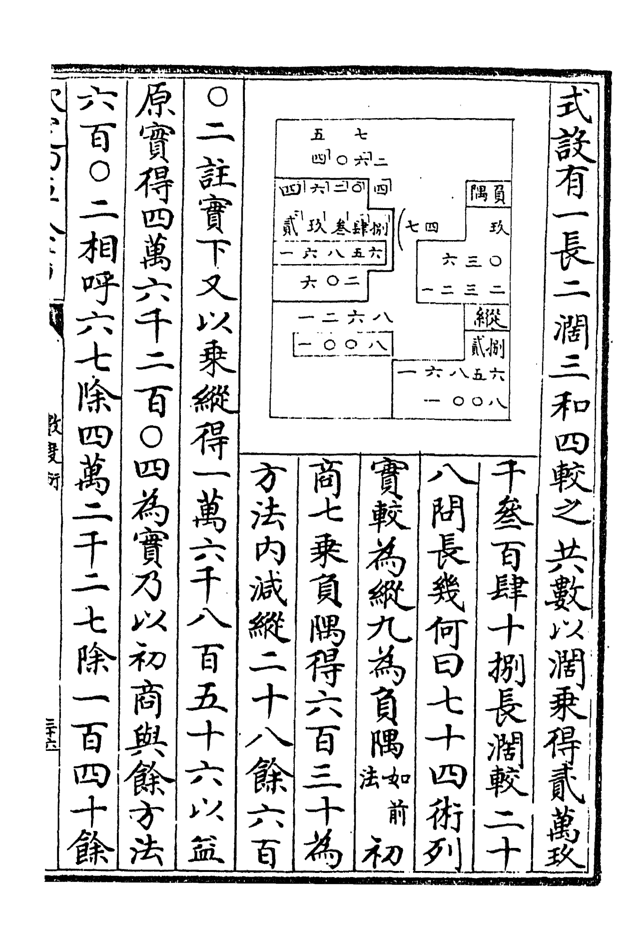
九千九百五十二其較二十四問長幾何曰七十二術以較自乘得五百七十六以減原乘積餘貳萬玖千叁百柒十陸為實較為益縱六為隅算初商七乘隅算六得四百二十為隅法註實下又以初商七十乘益縱二十四

得一千六百八十以益原實得三萬一千〇五十陸乃以隅法呼初商四七除二萬八千二七除一千四百餘實一千六百五十陸倍隅法四百二十得八百四十為廉次商二乘隅筭六得一十二為隅法另以次商二乘益縱得四十八以益餘實得一千七百〇四乃并廉隅二法共八百五十二註餘實下呼次商除實盡得長七十二

七帶縱負隅減縱益積開平方法

通曰右式亦可以此法求之

式設有一長二濶三和四較之共數以濶乘得貳萬玖千叄百肆十捌長濶較二十八問長幾何曰七十四術列實較為縱九為負隅如前法初商七乘負隅得六百三十為方法内減縱二十八餘六百



○二註實下又以乘縱得一萬六千八百五十六以益原實得四萬六千二百○四為實乃以初商與餘方法六百○二相呼六七除四萬二千二百七除一百四十餘

實四千〇六十四倍方法六百三十得一千二百六十減縱餘一千二百三十十二為廉次商四乘負隅得三十六為隅法以乘縱得一千〇八以益餘實得五千〇七十二為餘實幷廉隅二法共一千二百六十八與次商相呼除實盡得長七十四

八帶縱廉開平方法

式一長二濶三和四較以濶乘得貳萬玖千玖百伍十貳長濶較二十四問濶幾何曰四十八術列實減較之半得一十二為縱廉而以初商乘之初商四十為方法

一
八 四 (貳 伍 玖 二 玖 五 貳
一一四四
縱廉 貳壹

以乘縱廉得四百八十又并初商得五百二十退位註實下呼初商五四除貳萬二四除八百餘實玖千一百伍十貳倍所乘縱廉四百八十為九百六十倍方法四十為八十相并得一千〇四十為方法次商八為隅以乘縱廉十二得九十六再并入方隅共一千一百四十四註實下呼次商除實盡得濶四十八

九帶縱廉負隅開平方法

通曰右式亦可以此法求之

式一長二濶三和四較以濶乘得貳萬玖千叁百肆十捌長濶較二十八問濶幾何曰四十六術列實推得共八較九濶用九為負隅以八乘較得二百二十四為縱廉初商四乘負隅九得三百六十為方法并縱廉共五百八十四註實下呼初商五四除貳萬四八除三千二百四四除一十六餘實五千九百八十捌倍方法三百六十為七百二十為廉并縱廉共九百四十四次商六乘負隅九得五

十四為隅再幷入廉幷縱廉之九百四十四得九百九十八註實下呼次商除實盡得濶四十六

十帶縱方廉開平方法

式一長二濶三和四較以長乘得肆萬肆千玖百貳十捌長濶較二十四問濶幾何

曰四十八術列實以較為縱方推得八長一濶共九段倍九為一十八作縱廉初商四十為方法乘縱廉十八得七百二十幷入方法四十共

三五
一六七六
肆肆玖貳捌
七八四
一六九六
廉縱 壹捌
方縱 貳肆
七二〇
七六〇
一五二〇
九六
七八四
一五四四
四八

七百六十又并入縱方二十四共七百八十四註實下呼初商四七除二萬八千四八除三千二百四四除一百六十餘實一萬三千五百六十捌倍縱廉乘并之七百六十為一千五百二十并入縱方二十四共一千五百四十四為廉次商八乘縱廉十八得一百四十四為隅乃將次商八廉一千五百四十四隅一百四十四共并得一千六百九十六註實下呼次商除實盡得濶四十八

十一帶縱廉負隅乘縱減實開平方法

式一長二濶三和四較以長乘得肆萬柒千貳百壹十
貳長濶較二十八問濶幾
何曰四十六術列實推得
八長九段用八乘較得二
百二十四為縱廉用九為
負隅又以較二十八為減縱方初商四十乘負隅九得
三百六十為方法并入縱廉共五百八十四為下法以
乘減縱二十八得一萬六千三百五十二以減實餘三
萬〇八百六十為實乃以下法五百八十四列下呼初

商五四除二萬四八除三千二百四四除一百六十餘實七千五百倍方法三百六十得七百二十并縱廉二百二十四共九百四十四為廉次商六乘負隅九得五十四為隅又以乘減縱二十八得一千五百一十二以減餘實餘五千九百八十八為餘實乃將廉九百四十四隅五十四共并得九百九十八列下呼次商除實盡得闊四十六

通曰正積可以點定位乘積亦可以點定位故列乘積三點而商止二位耳蓋乘積虛增而非實有也

開平圓少廣之八

積求外周法

式圓積二千三百五十二問外周幾何曰一百六十八術置積以十二乘之得二萬八千二百二十四為實平方開之得一百六十八為外周也

積求內徑法

式圓積二千三百五十二問內徑幾何曰五十六術置積以四乘之得九千四百〇八以三除之得三千一百三十六為實平方開之得五十六為內徑也

數度衍卷十二

欽定四庫全書

子部

數度衍卷十三至十七

詳校官欽天監博士臣張天樞

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官降調編修臣倉聖脉

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄錄監生臣祝雯

繪圖天文生臣周履信

數度衍卷十三

桐城　方中通　撰

開立方少廣之九

珠算開立方法

式積一百九十五萬三千一百二十五問立方一面幾何曰一百二十五術置積盤中約初商一百別立下法亦置一百以初商自乘再乘得一百萬以減實餘九十五萬三千一百二十五以三乘下法一百得三百為方

子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥甲乙丙丁		
列實	下法	方法
一九五三一二五	一二五	
二三五	次商廉	次方法
二	二四○○	三○○
初商　次商　三商	次商方乘廉	
一　二　五	七二○○○○	
自乘　自乘　自乘	三商廉	三方法
一萬　四百　二十五	六二五	三六○
再乘　再乘　再乘	三商方乘廉	
一百萬　八千　一百二十五	二二五○○○	

法列右次商二十置下法一百之次共一百二十又以次商乘之得二千四百為廉法再以方法三百乘廉法得七十二萬以減餘實尚餘二十三萬三千一百二十五又以次商自乘再乘得八千為隅

法以減餘實尚餘二十二萬五千一百二十五以三乘下法一百二十得三百六十為方法列右三商五置下法一百二十之次共一百二十五又以三商乘之得六百二十五為廉法又以方法三百六十乘廉法得二十二萬五千以減餘實尚餘一百二十五又以三商自乘再乘得一百二十五為隅法以減餘實實盡得面一百二十五

歸除開立方式積一億〇二百五十萬〇三千二百三十二問立方一面幾何曰四百六十八術置積為實初

商四百於左亦置四百於右自乘得一十六萬乃與左四百相呼一四除實四千萬四六除實二千四百萬餘實三千八百五十萬〇三千二百三十二以三乘右下一十六萬得四十八萬為方法歸除之曰四三七餘二實不足除曰起一還四則次商不可用七止可用六也乃呼六八除實四百八十萬餘實九百七十萬〇三千二百三十二另以次商六十乘初商四百得二萬四千以三乘之得七萬二千為廉法次商自乘得三千六百為隅法廉隅并得七萬五千六百却以次商呼除之六

七除實四百二十萬五六除實三十萬六六除實三萬六千餘實五百一十六萬七千二百三十二以方法四十八萬幷入兩回廉法十四萬四千三田隅法一萬〇八百共得六十三萬四千八百為方法歸除之曰六五八餘二則三商為八也乃呼三八除實二十四萬四八除實三萬三千八八除實六千四百餘實八萬八千八百三十二再置初次兩商共四百六十以三商八乘之得三千六百八十以三乘之得一萬一千〇四十幷入三商自乘得六十四共一萬一千一百〇四却以三商

呼除之一八除實八萬一八除實八千一八除實八百四八除實三十二實盡得面四百六十八

筆算開立方法

式捌十叁億陸千伍百肆十貳萬柒千問立方一面幾何曰二千〇三十術自末位〇下作點隔二位一點共四點分為四段知商有四位也尋原初商得二乃以二自乘再乘得八減首位實捌完首段次段實叁陸伍除點上之伍未用且作叁十陸開之乃三倍初商二為六作廉法另置右上以初商二加〇作二十以乘六得一

百二十當以此數商除二段之實而叁十陸反小一百二十反大遇此則商有○矣竟於格右紀○當作次商完二段三段實叁陸伍肆貳柒除點上之柒未用且作叁萬陸千伍百肆十貳開之亦三倍初次兩商之二十為六十置右上亦以二○加○作二百以乘六十得一萬二千用此數於實內商之三商當

一	二	三	六○
捌 叁 陸	伍 肆	貳 柒	○○○(二○三○
八 三 六	五 四	二 七	
廉		隅	

是三（實內有三回一萬二千也）以廉六十乘三得一百八十升一萬二千共一萬二千一百八十又以三乘之得三萬六千

五百四十為廉另以三商三自乘再乘得二十七為隅將廉隅減實實盡隅必註點下故七在倷下二在貳下也完三段尚餘四段未開於右加〇作四商得啚二千〇三十

用命分式　術通曰實未盡者欲再開之須尾加三圈則開一商加六圈增二商他命分術無用矣

籌算開立方法見籌算

立方不等開法

通曰立方有三面三面俱等者用前法開之三面內有

一面不等及三面俱不等者用縱方廉開之三面者高濶長也

一長濶相等高不等法

式積一千二百九十六長濶數等惟高不及三問高與長濶各幾何曰高九長濶皆十二術列實以高不及三自乘得九為縱方又以不及三倍作六為縱廉有二點應約初

三 三
壹 貳 玖 陸 九
一 四 四

縱廉
陸
五 四

縱方
玖
九〇

商一十因有縱方只商九自乘得八十一幷縱方九得九十又以所商九乘縱廉六得五十四九十者方法也

五十四者廉法也相幷得一百四十四列實下呼所商九除實一九除九百四九除三百六十四九除三十六實盡得高九加不及三得十二為長濶數

減積式積一千七百八十七萬五千高濶相等惟長多三十六問長高濶各幾何曰長二百八十六高濶皆二百五十術列實初商二百自乘再乘得八百萬次商五十兩商共二百五十自乘再乘得一千五百六十二萬五千以減積餘二百二十五萬為實另以所商二百五十乘長多三十六得九千又乘二百五十得二百二十

五萬以減積實盡所商之二百五十乃高濶數也加長多三十六得二百八十六乃長也

二長濶高三不等法

式積一百二十濶多於高二長又多於濶三問長濶高各幾何曰高三濶五長八術通曰濶多於高二高濶較也長多於濶三長濶較也列實兩較各自乘二自之得四三自之得九相幷得十三為縱方兩較相乘得六為縱廉約商當是四因此有縱方只商三以三自乘得九幷縱方十三得二十二

三 | 壹貳〇
四〇

縱方	縱廉
叁壹	陸
二二	一八

為方法又以商三乘縱廉六得一十八為廉法二法相幷得四十列實下呼商三四除一百二十實盡得高三加二得濶五又加三得長八

立方帶縱諸變

一帶縱負隅開立方法

式實一千三百八十二萬四千縱方八萬六千四百二為隅法問方幾何曰一百二十術列實初商一百自之得一萬以隅二乘之得二萬幷縱得十萬〇六千四百為下法與初商一百相乘得一千〇六十四萬列實下

縱方

隅

八六四〇〇

二

減實餘實三百一十八萬四千以三乘隅法二萬得六萬為方法以三乘初商得三百又以隅二乘之得六百為廉次商二十乘廉得一萬二千為廉法以次商自之得四百以隅二乘得八百為隅法乃并六萬方法一萬二千廉法八百隅法八萬六千四百縱方共得一十五萬九千二百為下法與次商二十相乘得三百一十八萬四千列實下減實盡得方一百二十末點未開故知初商為百也

通曰下法乘商即呼商也竟列下法則呼商除實若列下法乘商之數則減實也

二帶縱廉開立方法

式實二千一百六十萬縱廉一百三十五問方幾何曰

四二〇〇〇〇〇〇

二八
陸壹貳
四三一

八二

縱廉
五三一

二百四十術列實初商二百乘縱廉得二萬七千初商自之得四萬為隅法相并得六萬七千為下法乘初商二百得一千三百四十萬列下減實餘實八百二十萬倍縱廉乘數得五萬四千三乘隅法得十二

萬相併得一十七萬四千為方法三乘初商得六百又并縱廉得七百三十五為廉次商四十乘廉得二萬九千四百為廉法又以次商自之得一千六百為隅法乃并十七萬四千方法二萬九千四百廉法一千六百隅法共得二十萬〇五千為下法乘次商四十得八百二十萬列下減實盡末點未開得方二百四十

三帶縱減益廉開立方法

式實五百三十七萬六千縱方一萬七千六百益廉六百四十問方幾何曰一百二十術列實初商一百乘益

一七六〇〇	縱方	二一		〇〇〇	陸	柒	叁	伍	
						三	七	二	二
						四	六	三	
六四〇	益廉	一七三六							

廉得六萬四千初商自乘得一萬為隅法以隅法并縱方得二萬七千六百以減益廉乘數餘三萬六千四百為下法乘初商得三百六十四萬列下減實餘實一百七十三萬六千倍

益廉乘數得十二萬八千三乘隅法得三萬并縱方得四萬七千六百為方法三乘初商得三百為廉法次商二十乘益廉得一萬二千八百加入倍廉十二萬八千得十四萬〇八百又以次商乘廉法三百得六千又以

初商自乘得四百為隅法乃并四萬七千六百(方法)六千(廉乘)四百(隅法)共得五萬四千以減十四萬〇八百餘八萬六千八百為下法乘次商得一百七十三萬六千列下減實盡得方一百二十

四縱廉減縱方翻法開立方法

式實一千〇八萬縱方二十一萬三千六百縱廉一千二百問方幾何曰一百二十術列實初商一百乘縱廉得十二萬以減縱方餘九萬三千六百為方法初商自乘得一萬為隅法以并方法得十萬〇三千六百為下

縱方 二一三六〇〇
縱廉 一二〇〇

法乘初商得一千〇三十六萬當以此數減實而實止一千〇八萬不足減遇此則反以一千〇三十六萬列上為實而以一千〇八萬減之餘二十八萬為負積倍縱廉乘數得二十四萬三乘隅法得三萬為方法三乘初商得三百為廉法次商二十乘縱廉一千二百得二萬四千并入倍廉二十四萬得二十六萬四千以減縱方而縱方止二十一萬三千六百不足減遇此則反以二十六萬四千為縱方而以二

十一萬三千六百減之餘五萬〇四百為負縱又以次商乘廉法三百得六千又以次商自乘得四百為隅法乃并得三萬（方法）六千（廉乘）四百（隅法）以減負縱五萬〇四百餘一萬四千為下法乘次商得二十八萬減實盡得方一百二十

五廉減縱開立方法

式實一千三百〇五萬六千縱方一十三萬二千八百縱廉三百二十問方幾何曰一百二十術列實初商一百乘縱廉得三萬二千以減縱方餘十萬〇八百初商

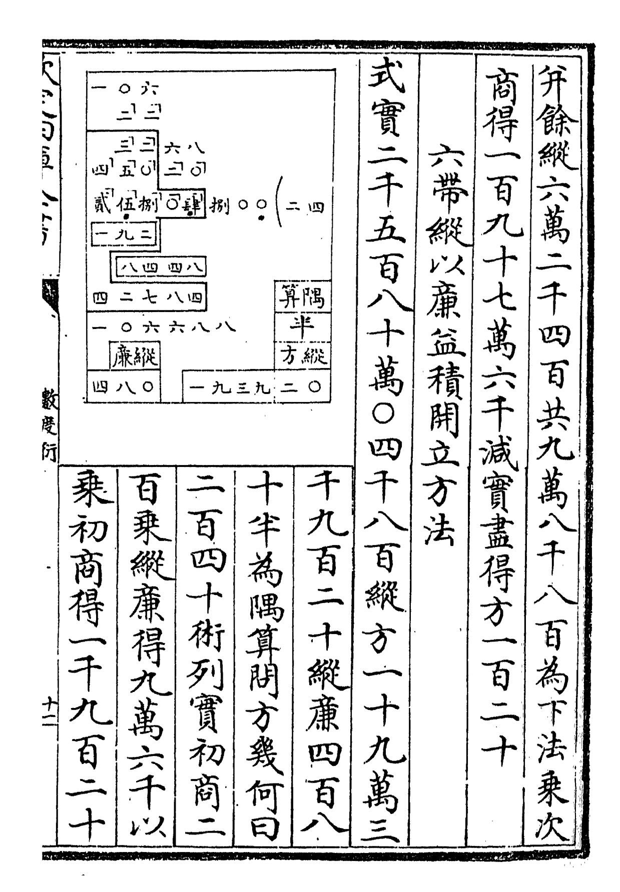
二一〇〇〇陸
三九七
壹叁〇伍
一一〇八
一九七六
縱廉
三二〇
縱方
一三二八〇〇

自乘得一萬為隅法并餘縱得十一萬〇八百為下法乘初商得一千一百〇八萬列下減實餘實一百九十七萬六千倍縱廉乘數得六萬四千三乘隅法得三萬為方法三乘初商得三百為廉法次商二十乘縱廉三百二十得六千四百并入倍廉六萬四千共七萬〇四百以減縱方餘六萬二千四百又以次商乘廉法三百得六千又以次商自乘得四百為隅法乃并得三萬（方法）六千（廉乘）四百（隅法）又

幷餘縱六萬二千四百共九萬八千八百為下法乘次商得一百九十七萬六千減實盡得方一百二十

六帶縱以廉益積開立方法

式實二千五百八十萬〇四千八百縱方一十九萬三千九百二十縱廉四百八十半為隅算問方幾何曰二百四十術列實初商二百乘縱廉得九萬六千以乘初商得一千九百二十



萬為益實加入原實共得實四千五百萬〇四千八百又以初商自乘得四萬以隅算乘之得二萬為隅法以并縱方得二十一萬三千九百二十為下法乘初商得四千二百七十八萬四千列下減實餘實二百二十二萬〇八百倍縱廉乘數得十九萬二千三乘隅法得六萬為方法三乘初商得六百以隅算半乘之得三百為廉法次商四十乘縱廉四百八十得一萬九千二百并入倍廉十九萬二千得二十一萬一千二百以乘次商得八百四十四萬八千為益實加入餘實共實一千〇

六十六萬八千八百以次商乘廉法三百得一萬二千又以次商自乘得一千六百以隅算半乘之得八百為隅法乃并六萬方法一萬二千廉乘八百隅法及縱方十九萬三千九百二十共得二十六萬六千七百二十為下法乘次商得一千〇六十六萬八千八百減實盡得方二百四十

七負隅減縱以廉益縱開立方法

式實一億〇五百八十四萬縱方五十三萬六千四百縱廉三千六百隅算六問方幾何曰一百二十術列實

二二二〇	
肆 捌 伍 〇 壹 四 六 三 八	二一（〇〇〇〇
二二二	

縱方	縱廉	隅算
五三六四〇〇	三六〇〇	六

初商一百乘縱廉得三十六萬初商自乘得一萬以隅算六乘之得六萬為隅法以減縱方餘四十七萬六千四百弁縱廉乘數得八十三萬六千四百為下法乘初商得八千三百六十四萬減實餘實二千二百二十萬倍縱廉乘數得七十二萬三乘隅法得十八萬為方法三乘初商得三百以隅算六乘之得一千八百為廉法次商二十乘縱廉三千六百得七萬二千加入倍廉七十二萬得七十

九萬二千為縱廉以次商乘廉法一千六百得三萬六千又以次商自乘得四百以隅算六乘之得二千四百為隅法乃并十八萬方法三萬六千廉乘二千四百隅法共二十一萬八千四百以減縱方餘三十一萬八千又并縱廉七十九萬二千共一百一十一萬為下法乘次商得二千二百二十萬減實盡得方一百二十

八帶縱負隅以廉減縱開立方法

式實七千三百四十四萬縱方八十四萬二千四百縱廉二千四百隅算四問方幾何曰一百二十術通曰列

商 九二〇

九二

隅算 四

縱方 八四二四〇〇

縱廉 二四〇〇

實初商一百乘縱廉得二十四萬減縱方餘六十萬〇二千四百初商自乘得一萬以隅四乘之得四萬為隅法并餘縱共六十四萬二千四百為下法乘初商得六千四百二十四萬減實餘實九百二十萬倍縱廉乘數得四十八萬以三乘隅法得十二萬為方法三乘初商得三百以隅算四乘之得一千二百為廉法次商二十乘縱廉二千四百得四萬八千并入倍廉四十八萬得五十二萬八千以

減縱方餘三十一萬四千四百又以次商乘廉法一千二百得二萬四千又以次商自乘得四百以隅算四乘之得一千六百為隅法乃幷十二萬方法二萬四千廉乘一千六百隅法及餘縱三十一萬四千四百共四十六萬為下法乘次商得九百二十萬減實盡得方一百二十

九帶縱負隅以廉減縱翻法開立方法

式實二千〇八十八萬九千六百縱方二十七萬〇八十縱廉一千二百八十隅算四問方幾何曰一百二十

術通曰列實初商一百乘縱廉得十二萬八千減縱方

二一 陸〇〇 玖 捌 捌 〇 貳
隅算 四 縱方
二六 一
一八二〇八
二六八一六
縱廉
二七〇〇八〇 一二八〇

餘十四萬二千〇八十初商自乘得一萬乘隅算四得四萬為隅法幷餘縱得十八萬二千〇八十為下法乘初商得一千八百二十萬〇八千減實餘實二百六十八萬一千六百倍縱廉乘數得二十五萬六千以三乘隅法得十二萬為方法三乘初商得三百乘隅算四得一千二百為廉法次商二十乘縱廉得二萬五千六百幷入倍廉得二十八萬一千六百以減縱方不足減反以縱方二十七萬〇八十減之

餘一萬一千五百二十為負縱又以次商乘廉法一千二百得二萬四千又以次商自乘得四百乘隅算四得一千六百為隅法乃并十二萬方法二萬四千廉乘一千六百隅法共十四萬五千六百以減負縱餘十三萬四千〇八十為下法乘次商得二百六十八萬一千六百減實盡得方一百二十

十帶縱方廉開立方法

式實一千〇二十萬縱方四萬縱廉二百五十五問方幾何曰一百二十術列實初商一百乘縱廉得二萬五

二六
五 七 三
○ 貳 ○ 壹
五 五 七
二 一 ○ ○ ○ ○
五 六 二
縱廉
縱方
五 五 二
○ ○ ○ ○ 四

千五百初商自乘得一萬為隅法并縱廉乘數得三萬五千五百又并縱方得七萬五千五百為下法乘初商得七百五十五萬減實餘實二百六十五萬倍縱廉乘數得五萬一千三乘隅法得三萬相并得八萬一千為方法三乘初商得三百并縱廉得五百五十五為廉法次商二十乘廉法得一萬一千一百又以次商自乘得四百為隅法乃并八萬一千方法一萬一千一百廉乘四百隅法及縱方共十三

萬二千五百為下法乘次商得二百六十五萬減實盡得方一百二十

通曰諸式皆三點因末點皆○未開故初商皆為百也

開立圓少廣之十

積求外周法

式積六萬二千二百○八問立圓外周幾何曰一百四十四術置積以四十八乘之得二百九十八萬五千九百八十四用立方開之得方面一百四十四即立圓周也

積求內徑法

式積六萬二千二百〇八問立圓內徑幾何曰四十八

術置積以十六乘之得九十九萬五千三百二十八以

九除之得十一萬〇五百九十二用立方開之得方面

四十八即立圓徑也

欽定四庫全書

數度衍卷十四

桐城　方中通　撰

開三乘方　少廣之十一

開三乘方法

式積二千〇一十五萬一千一百二十一問三乘方一面幾何曰六十七術列實從末位作點隅三位一點每一點為一商也初商六十自乘得三千六百再乘得二十一萬六千為隅法乘初商得一千二百九十六萬減

七一九

壹貳　七六

一二九六

七一九一一二一

實餘實七百一十九萬一千一百二十一以四乘隅法得八十六萬四千為方法另以初商自乘得三千六百以六乘之得二萬一千六百為上廉又將初商以四乘之得二百四十為下廉次商七自乘得四十九以七乘之得三百四十三為隅法另以次商乘上廉得十五萬一千二百以七乘下廉得一千六百八十再以七乘之得一萬一千七百六十乃并八十六萬四千方法一十五萬一千二百上廉乘數一萬一千七百六十下廉乘數三百四十三

隅法共一百〇二萬七千三百〇三為下法乘次商得七百一十九萬一千一百二十一減實盡得方六十七又術列實平方開之四位商得一面四千四百八十九又以此數為實平方開之得一面六十七亦合

通曰式內所云以七乘之非次商七也與以四乘以六乘同為應用之率次商七蓋偶合耳

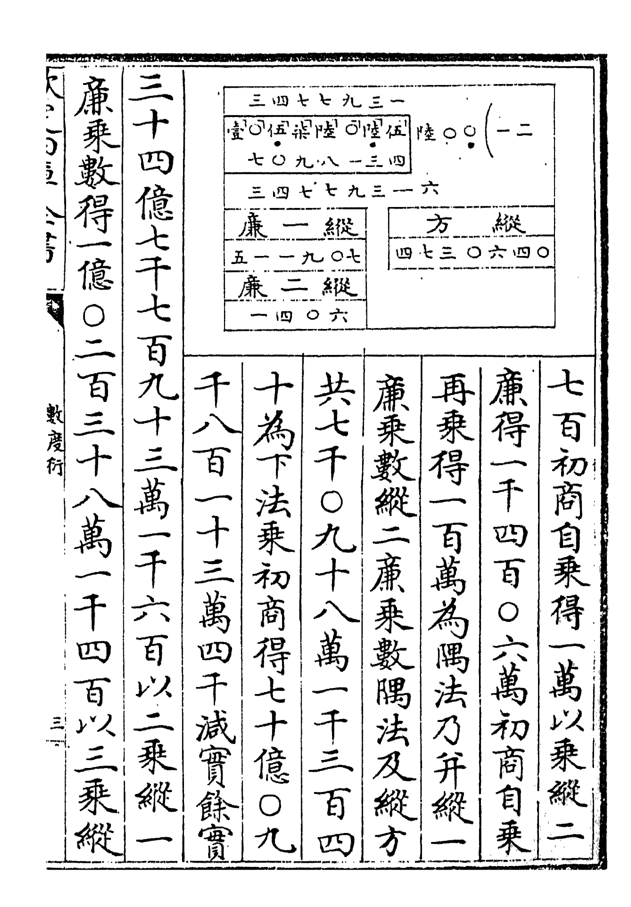
通曰三乘方形雖係長立方然亦大平方也今以小平方邊甲乙自乘得甲丁小平方形再乘得丙戊長方形此形內容甲丁

形者十也三乘得丙巳大平方形此形内容甲丁形者百也丙申邊與甲丁形冪等故甲乙自乘得小平方丙甲自乘得大平方

三乘方帶縱諸變

一帶縱方廉開三乘法

式積一百〇五億七千六百〇六萬五千六百縱方四百七十三萬〇六百四十縱一廉五十一萬一千九百〇七縱二廉一千四百〇六問方幾何曰一百二十術列實初商一百以乘縱一廉得五千一百一十九萬〇



七百初商自乘得一萬以乘縱二廉得一千四百〇六萬初商自乘再乘得一百萬為隅法乃并縱一廉乘數縱二廉乘數隅法及縱方共七千〇九十八萬一千三百四十為下法乘初商得七十億〇九千八百一十三萬四千減實餘實三十四億七千七百九十三萬一千六百以二乘縱一廉乘數得一億〇二百三十八萬一千四百以三乘縱

二廉乘數得四千二百一十八萬以四乘隅法得四百萬幷三數共得一億四千八百五十六萬一千四百為方法以初商自乘得一萬以六乘之得六萬又以初商三之得三百乘縱二廉得四十二萬一千八百幷六萬及縱一廉得九十九萬三千七百〇七為上廉初商四之得四百幷縱二廉得一千八百〇六為下廉次商二十以乘上廉得一千九百八十七萬四千一百四十以次商自乘得四百乘下廉得七十二萬二千四百又以次商自乘再乘得八千為隅法乃幷方法上廉乘數下

廉乘數隅法及縱方共一億七千三百八十九萬六千五百八十為下法乘次商得三十四億七千七百九十三萬一千六百減實盡得方一百二十

二帶縱廉益積開三乘方法

式實四百六十六萬五千六百縱方六十五萬二千三百二十益廉八千六百四十問方幾何曰一百二十術列實初商一百以乘益廉得八十六萬四千并縱方得一百五十一萬六千三百二十為益積之法乘初商得一億五千一百六十三萬二千為益實加入原積共一

一〇七三六〇
五六二九七〇
肆陸陸伍陸〇〇 一二
一五一六三二
五一〇六二四
一〇七三六

益廉	縱方
八六四〇	六五二三二〇

億五千六百二十九萬七千六百為通實乃以初商自乘再乘得一百萬為隅法乘初商得一億減實餘五千六百二十九萬七千六百為次商之實以二乘益廉乘數得一百七十二萬八千以四乘隅法得四百萬為方法以初商自乘得一萬再以六乘之得六萬為上廉以初商四之得四百為下廉次商二十以乘益廉得十七萬二千八百加入倍廉即二乘益廉數共一百

九十萬〇八百又幷縱方共二百二十五萬三千一百二十為益積之法乘次商得五千一百〇六萬二千四百為益實加入次實共一億〇七百三十六萬為通實乃以次商乘上廉得一百二十萬又以次商自乘得四百以乘下廉得十六萬又以次商自乘再乘得八千為隅法乃幷方法上廉乘數下廉乘數隅法共五百三十六萬八千為下法乘次商得一億〇七百三十六萬減實盡得方一百二十

三帶縱方廉減隅翻法開三乘方法

式實四百六十六萬五千六百縱方六十五萬二千三百二十縱廉八千六百四十問方幾何

曰一百二十術列實初商一百乘縱廉得八十六萬四千初商自乘再乘得一百萬為隅法幷縱廉乘數縱方共一百五十一萬六千三百二十以減隅法而隅法止一百萬不足減反減幷數一百萬餘五十一萬六千三百二十為負積乘初商得五千一百六十三萬二千加入原積共五千六百二十九萬七千六百為次

五六二九七
肆陸陸伍陸○○(一二
五一六三二
五六二九七六

縱廉	縱方
八六四○	六五二三二○

商之實倍縱廉乘數得一百七十二萬八千以四乘隅法得四百萬為方法以初商自乘得一萬再以六乘之得六萬為上廉以初商四之得四百為下廉次商二十以乘縱廉得十七萬二千八百幷入倍廉共一百九十萬〇八百以次商乘上廉得一百二十萬又以次商自乘得四百乘下廉得十六萬又以次商自乘再乘得八千為隅法乃幷方法上廉乘數下廉乘數隅法共五百三十六萬八千為通隅以縱廉共數一百九十萬〇八百幷縱方得二百五十五萬三千一百二十以減通隅

餘二百八十一萬四千八百八十為下法乘次商得五千六百二十九萬七千六百減實盡得方一百二十通曰減法而後益實益實而後減法其餘實一也但開方諸法惟此初商益實次商減實耳

四廉隅減縱開三乘方法

式實八十五億五千二百五十五萬〇四百縱方五千三百四十五萬三千四百四十縱一廉十八萬四千九百六十縱二廉五百七十八隅算二問方幾何曰一百三十六術列實初商一百乘縱一廉得一千八百四十

二一八八六五二

二一三五六〇六

捌伍伍貳伍伍〇肆　〇〇　一三六

六四一六九四四

一八一六七四一二

三一八八六五二

廉一縱		隅算
一八四九六〇		二
廉二縱	方縱	
五七八	五三四五三四四〇	

九萬六千為益縱初商自乘得一萬乘縱二廉得五百七十八萬為益隅初商自乘再乘以隅算二乘之得二百萬加益隅共七百七十八萬為減縱以減縱方餘四千五百六十七萬三千四百四十加益縱共六千四百一十六萬九千四百四十為下法乘初商得六十四億一千六百九十四萬四千減實餘二

十一億三千五百六十萬〇六千四百為次商之實以二乘益縱得三千六百九十九萬二千為益縱方以三乘益隅得一千七百三十四萬為益隅之方以三乘初商得三百再乘縱二廉得十七萬三千四百為益隅之廉以四乘隅法二百萬得八百萬為方法以初商自乘得一萬再以六乘之得六萬又以隅算二乘之得十二萬為上廉以初商四之得四百又以隅算二乘之得八百為下廉次商三十以乘縱一廉得五百五十四萬八千八百并入益縱方共四千二百五十四萬〇八百為

益縱之廉以次商乘益隅之廉得五百二十萬〇二千
又以次商自乘得九百乘縱二廉得五十二萬〇二百
為益隅之隅乃幷益隅之方益隅之廉乘數益隅之隅
共二千三百〇六萬二千二百為次商益隅以次商乘
上廉得三百六十萬以次商自乘得九百乘下廉得七
十二萬以次商自乘再乘得二萬七千再以隅算二乘
之得五萬四千為正隅乃幷方法上廉乘數下廉乘數
正隅共一千二百三十七萬四千為次商隅法加次商
益隅共三千五百四十三萬六千二百為減縱以減縱

方餘一千八百〇一萬七千二百四十加益縱之廉共六千〇五十五萬八千〇四十為下法乘次商得十八億一千六百七十四萬一千二百減實餘三億一千八百八十六萬五千二百為三商之實以二乘五百五十四萬八千八百（次商乘縱一廉之數）得一千一百〇九萬七千六百并入益縱方共四千八百〇八萬九千六百為再益縱方以二乘益隅之廉乘數得一千〇四十萬〇四千以三乘益隅之隅得一百五十六萬〇六百并此二乘數得一千一百九十六萬四千六百再并前益隅之方

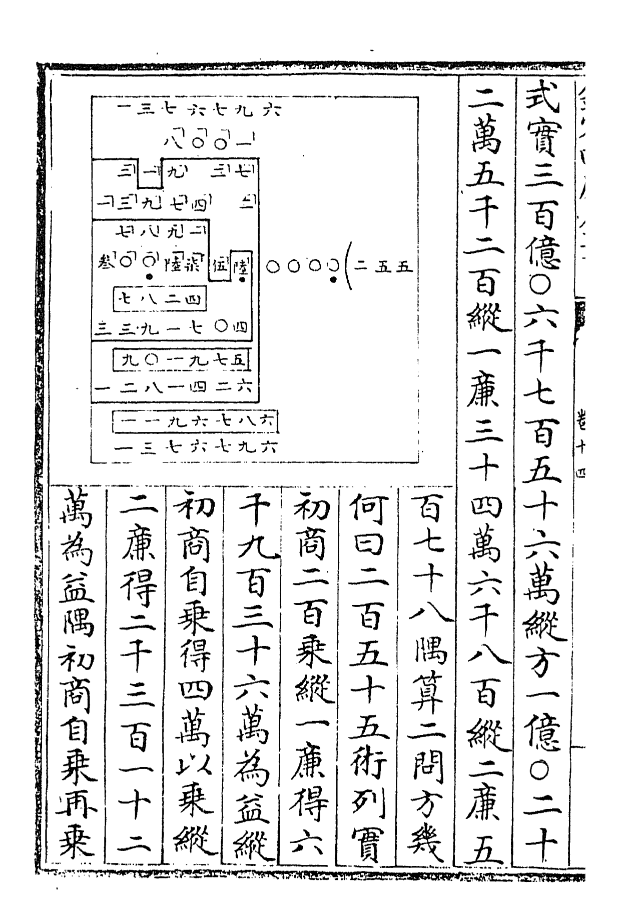
共二千九百三十萬〇四千六百為再益隅之方幷初次兩商得一百三十以三乘之得三百九十以乘縱二廉得二十二萬五千四百二十為再益隅之廉以二乘上廉乘數得七百二十萬以三乘下廉乘數得二百一十六萬以四乘正隅得二十一萬六千幷此三乘數得九百五十七萬六千再幷前方法共一千七百五十七萬六千為再方法幷初次兩商得一百三十自乘得一萬六千九百以六乘之得十萬〇一千四百以隅算二乘之得二十萬〇二千八百為再上廉以初次兩商四

之得五百二十以隅算二乘之得一千〇四十為再下廉三商六以乘縱一廉得一百一十萬〇九千七百六十并入再益縱方共四千九百一十九萬九千三百六十為再益縱之廉以三商乘再益隅之廉得一百三十五萬二千五百二十以三商自乘得三十六以乘縱二廉得二萬〇八百〇八為再益隅之隅乃并再益隅之方再益隅之廉乘數再益隅之隅共三千〇六十七萬七千九百二十八為三商益隅以三商乘再上廉得一百二十一萬六千八百以三商自乘得三十六乘再下

廉得三萬七千四百四十以三商自乘再乘得二百一十六再以隅算二乘之得四百三十二為再正隅乃并再方法再上廉乘數再下廉乘數再正隅共一千八百八十三萬〇六百七十二為三商隅法加三商益隅共四千九百五十萬〇八千六百為減縱以減縱方餘三百九十四萬四千八百四十加再益縱之廉共五千三百一十四萬四千二百為下法乘三商得三億一千八百八十六萬五千二百減實盡得方一百二十

五帶縱負隅以二廉隅益積開三乘方法

式實三百億○六千七百五十六萬縱方一億○二十二萬五千二百縱一廉三十四萬六千八百縱二廉五



百七十八隅算二問方幾何曰二百五十五術列實初商二百乘縱一廉得六千九百三十六萬為益縱初商自乘得四萬以乘縱二廉得二千三百一十二萬為益隅初商自乘再乘

得八百萬以隅算二乘之得一千六百萬為正隅并入益隅共三千九百一十二萬又以初商乘之得七十八億二千四百萬為益實加入原積得三百七十八億九千一百五十六萬為通實以益縱加入縱方共一億六千九百五十八萬五千二百為下法乘初商得三百三十九億一千七百〇四萬減實餘三十九億七千四百五十二萬為次商之實以二乘益縱得一億三千八百七十二萬為益縱方以三乘益隅得六千九百三十六萬為益隅之方以三乘初商得六百乘縱二廉得三十

四萬六千八百為益隅之廉以四乘正隅得六千四百萬為方法以初商自乘得四萬又以六乘之得二十四萬又以隅算二乘之得四十八萬為上廉以初商四之得八百以隅算二乘之得一千六百為下廉次商五十以乘縱一廉得一千七百三十四萬為益縱廉并入益縱方共一億五千六百〇六萬為益縱以次商乘益隅之廉得一千七百三十四萬以次商自乘得二千五百乘縱二廉得一百四十四萬五千為益隅之隅乃并益隅之方益隅之廉乘數益隅之隅共八千八百一十四

萬五千為益隅以次商乘上廉得二千四百萬以次商自乘得二千五百乘下廉得四百萬以次商自乘再乘得十二萬五千以隅算二乘之得二十五萬為隅法乃幷方法上下廉各乘數隅法共九千二百二十五萬為正隅加益隅共一億八千○三十九萬五千以次商乘之得九十億○一千九百七十五萬為益實加入餘實共一百二十九億九千四百二十七萬為通實以益縱方一億五千六百○六萬幷縱方得二億五千六百二十八萬五千二百為下法乘次商得一百二十八億一

千四百二十六萬減實餘一億八千〇一萬為三商之
實以二乘益縱廉得三千四百六十八萬并入益縱方
得一億七千三百四十萬為再益縱方以二乘益隅之
廉乘數得三千四百六十八萬以三乘益隅之隅得四
百三十三萬五千以前益隅之方合此二數共一億〇
八百三十七萬五千為再益隅方并初次兩商得二百
五十而三之得七百五十乘縱二廉得四十三萬三千
五百為再益隅之廉以二乘上廉乘數得四千八百萬
以三乘下廉乘數得一千二百萬以四乘隅法得一百

萬幷此三數及前方法共一億二千五百萬為方法幷
初次兩商自乘得六萬二千五百而六之得三十七萬
五千又以隅算二乘之得七十五萬為上廉幷初次兩
商而四之得一千以隅算二乘之得二千為下廉三商
五以乘縱一廉得一百七十三萬四千為再益縱廉幷
再益縱方得一億七千五百一十三萬四千為益縱方
以三商乘再益隅之廉得二百一十六萬七千五百以
三商自乘得二十五乘縱二廉得一萬四千四百五十
為再益隅之隅乃幷再益隅方再益隅廉乘數再益隅

之隅共一億一千〇五十五萬六千九百五十爲益隅
以三商乘上廉得三百七十五萬以三商自乘得二十
五乘下廉得五萬以三商自乘再乘得一百二十五以
隅算二乘之得二百五十爲隅法乃并本叚方法上下
廉乘數隅法共一億二千八百八十萬〇二百五十爲
正隅加本叚益隅共二億三千九百三十五萬七千二
百以三商乘之得十一億九千六百七十八萬六千爲
益實加入餘實得十三億七千六百七十九萬六千爲
通實以本叚益縱方并縱方得二億七千五百三十五

萬九千二百為下法乘三商得十三億七千六百七十九萬六千減實盡得方二百五十五

通曰此以縱一廉益縱縱二廉益隅也

六帶縱負隅以二廉減縱開三乘方法

式實五十億○一千三百五十萬○四千縱方四千七百萬○一千六百縱一廉四千四百八十縱二廉六百四十隅算二問方幾何曰一百二十術列實初商一百

乘縱一廉得四十四萬八千為益縱之法初商自乘得一萬乘縱二廉得六百四十萬為減縱之法初商自乘

再乘得一百萬乘隅算得二百萬為隅法以減縱之法減縱方餘四千〇六十萬〇一千六百加益縱之法得

七〇八　四
伍〇壹叁伍〇肆〇〇〇(一二
四三〇四九六
七〇八五四四

四千一百〇四萬九千六百幷隅法共四千三百〇四萬九千六百為下法乘初商得四十三億〇四百九十六萬減實餘七億〇八百五十四萬四千為次商之實以二乘益縱之法得八十九萬六千為益縱之廉以三乘減縱之法得一千九百二十萬為減縱之方以三乘初商得三百乘縱二廉得十九萬二千為減縱

之廉以四乘隅法得八百萬為方法以初商自乘得一
萬而六之得六萬又乘隅算得十二萬為上廉以初商
四之得四百乘隅算得八百為下廉次商二十以乘縱
一廉得八萬九千六百并益縱之廉得九十八萬五千
六百為益縱之法以次商乘減縱之廉得三百八十四
萬以次商自乘得四百乘縱二廉得二十五萬六千以
并減縱之方減縱之廉乘數共二千三百二十九萬六
千為減縱之法以次商乘上廉得二百四十萬以次商
自乘得四百乘下廉得三十二萬以次商自乘再乘得

八千乘隅算得一萬六千幷方法上下廉乘數共二千〇七十三萬六千為隅法以本段減縱之法減縱方餘二千三百七十萬〇五千六百加本段益縱之法得二千四百六十九萬一千二百幷本段隅法共三千五百四十二萬七千二百為下法乘次商得七億〇八百五十四萬四千減實盡得方一百二十

通曰如以減縱之法減縱方而縱方數少不足減則以益縱之法幷縱方然後減之以其餘數幷隅法不更加益縱之法矣

七帶縱方廉以二廉減縱開三乘方法

式實一十九億五千五百一十一萬九千六百八十縱方二千二百四十七萬二千六百四十縱一廉一十萬〇六千九百二十九縱二廉六百五十四問方幾何曰七十二術列實初商七十乘縱一廉得七百四十八萬五千〇三十為益縱之實初商自乘得四千九百乘縱二廉得三百二十萬〇四千六百為減縱初商自乘再乘得三十四萬三千為隅法以減縱減縱方餘

八三九四七

壹玖伍伍壹壹玖陸捌〇（七二

一八九六七二四九

五八三九四七八

一千九百二十六萬八千〇四十加益縱之實得二千六百七十五萬三千〇七十并隅法共二千七百〇九萬六千〇七十為下法乘初商得一十八億九千六百七十二萬四千九百減實餘五千八百三十九萬四千七百八十為次商之實以二乘益縱之實得一千四百九十七萬〇六十為益縱之廉以三乘減縱得九百六十一萬三千八百為減縱之方以三乘初商得二百一十乘縱二廉得十三萬七千三百四十為起下減廉以四乘隅法得一百三十七萬二千為方法以初商自乘

得四千九百而六之得二萬九千四百為上廉以初商四之得二百八十為下廉次商二以乘縱一廉得二十一萬三千八百五十八并益縱之廉得一千五百一十八萬三千九百一十八為益縱之實以次商乘起下減廉得二十七萬四千六百八十為減縱之廉以次商自乘得四乘縱二廉得二千六百一十六以并減縱之方減縱之廉共九百八十九萬一千〇九十六為減縱之實以次商乘上廉得五萬八千八百以次商自乘得四乘下廉得一千一百二十以次商自乘再乘得八為正

隅以并方法上下廉乘數共一百四十三萬一千九百二十八為隅法以本段減縱之實減縱方餘一千二百五十八萬一千五百四十四加本段益縱之實共二千七百七十六萬五千四百六十二并本段隅法共二千九百一十九萬七千三百九十為下法乘次商得五千八百三十九萬四千七百八十減實盡得方七十二

廣諸乘方 少廣之十二

開諸乘方說

凡積數若干以平面開之適得自乘之數者為開平方

其立方乃開平再乘積也三乘方長立方也如以二自乘起者得兩立方以三自乘起者得三立方之類但以平方一邊之數為準四乘方平面立方也如長立方得兩方數則進作四立方如長立方得三方數則進作九立方五乘方大立方也如係二自乘起者有四立方則進并十六方為大方如係五自乘起者有二十五立方則進并一百二十五立方之類自此推之六乘方視三乘形七乘方視四乘形八乘方視五乘形餘乘倣此可至無窮今立捷法由平面至諸乘總一條理先以諸乘原委布圖乘母為原乘出之子為開

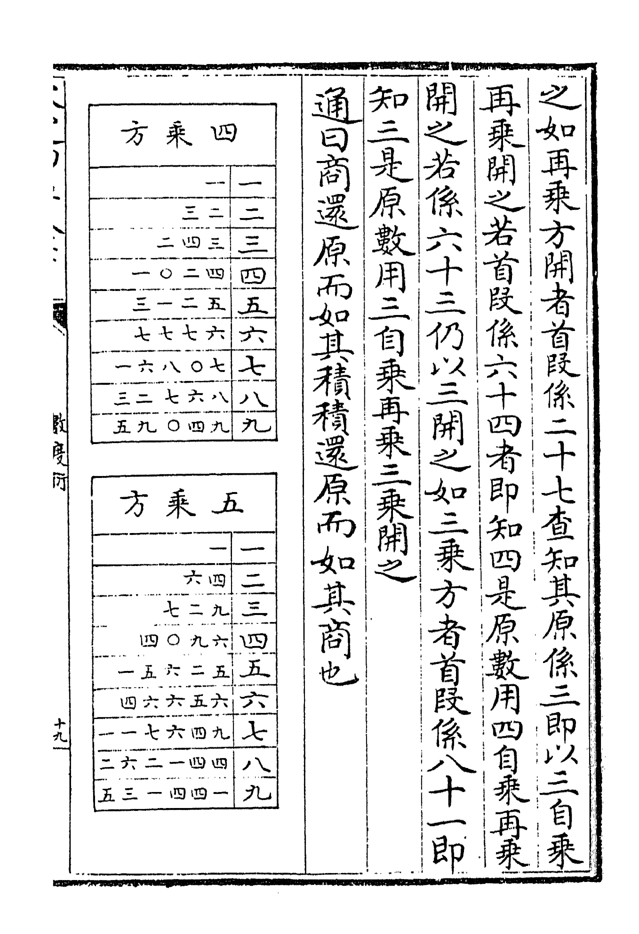
初商尋原圖

凡開方列位以點分段者平方每二位點作一段再乘方每

三位一段三乘方每四位一段倣此推之至九乘則十位一段矣皆自尾小數起而先以最大數之首段撿上圖以尋其原即以原數開之

如平方開者首段數係四十九平行橫查知七是原數用七自乘可開若首段數係六十四者即知八是原數用八自乘可開若係六十三者不及六十四一數仍以七開

一乘平方		再乘立方		三乘方	
一	一	一	一	一	一
二	四	二	八	二	一六
三	九	三	二七	三	八一
四	一六	四	六四	四	二五六
五	二五	五	一二五	五	六二五
六	三六	六	二一六	六	一二九六
七	四九	七	三四三	七	二四〇一
八	六四	八	五一二	八	四〇九六
九	八一	九	七二九	九	六五六一



之如再乘方開者首段係二十七查知其原係三即以三自乘再乘開之若首段係六十四者即知四是原數用四自乘再乘開之若係六十三仍以三開之如三乘方者首段係八十一即知三是原數用三自乘再乘三乘開之

通曰商還原而如其積積還原而如其商也

四乘方	
一	一
二	三二
三	二四三
四	一〇二四
五	三一二五
六	七七七六
七	一六八〇七
八	三二七六八
九	五九〇四九

五乘方	
一	一
二	六四
三	七二九
四	四〇九六
五	一五六二五
六	四六六五六
七	一一七六四九
八	二六二一四四
九	五三一四四一

如四乘方者首段係一千〇二十四即知四是原數如五乘方者首段係一萬五千六百二十五即知五是原數

六乘方	
一	一
二	一二八
三	二一八七
四	一六三八四
五	七八一二五
六	二七九九三六
七	八二三五四三
八	二〇九七一五二
九	四七八二九六九

七乘方	
一	一
二	二五六
三	六五六一
四	六五五三六
五	三九〇六二五
六	一六七九六一六
七	五七六四八〇一
八	一六七七七二一六
九	四三〇四六七二一

如六乘方者首段係二十七萬九千九百三十六即知六是原數如七乘方者首段係五百七十六萬四千八百〇一即知七

是原數雖千萬乘方其原皆可得也原數即初商也

次商用通率圖

右圖已得首位方法餘實倍方為廉平方者一倍再乘方者再倍三乘方者三倍四乘以上皆以本乘之數倣此倍之别立通率凡平方只一率為二〇立方有二率為三〇〇為三〇三乘方有三率為四〇〇〇為六〇〇為四〇一〇為十兩〇為百自此以上諸乘倣此漸加而皆如後圖所推乃以方法之數乘之以乘出之數較餘實約得幾何母之幾何而即以其母為廉法也

以首行所列之二為平方三為立方四為三乘方至十七則十

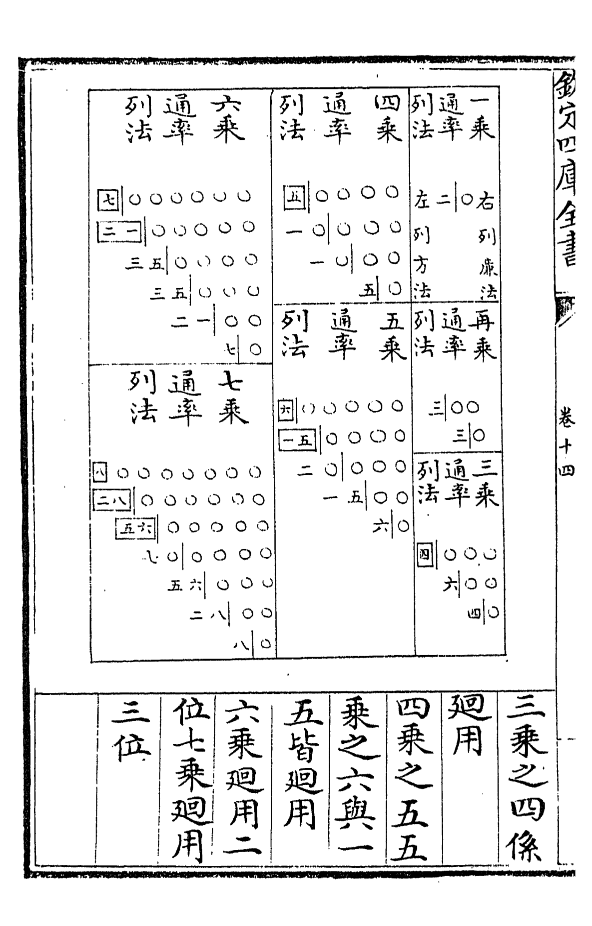
	首行	二行	三行	四行	五行
	一				
平方	二				
立方	三	三			
三乘	四	六			
四乘	五	一〇	一〇		
五乘	六	一五	二〇		
六乘	七	二一	三五	三五	
七乘	八	二八	五六	七〇	
八乘	九	三六	八四	一二六	一二六
九乘	一〇	四五	一二〇	二一〇	二五二
十乘	一一	五五	一六五	三三〇	四六二
十一乘	一二	六六	二二〇	四九五	七九二
十二乘	一三	七八	二八六	七一五	一二八七
十三乘	一四	九一	三六四	一〇〇一	二〇〇二
十四乘	一五	一〇五	四五五	一三六五	三〇〇三
十五乘	一六	一二〇	五六〇	一八二〇	四三六八
十六乘	一七	一三六	六八〇	二三八〇	六一八八

六乘方也他乘倣此

首行之數自一順列二行之數彔首行上格二數積之如首行三格是三二行三格亦是三相并得六故二行

六行	七行	八行	九行
二六四			
四二九			
六一七一	六一七一		
三〇〇三	二三四三		
五〇〇五	五三四六	五三四六	
八〇〇八	〇四四一一	〇七八二一	
六七三二一	八四四九一	〇一三四二	〇一三四二

之四格為六也又如首行四格是四二行四格是六相併得一十故二行之五格為一〇也三行以至九行皆然



三乘之四係廻用四乘之五五乘之六與一五皆廻用六乘廻用二位七乘廻用三位

如前平方一乘者用一率曰二乃加一〇為二〇與方法相乘立方再乘者用兩率曰三曰三乃以右小數加一〇為三〇左大數加兩〇為三〇〇兩以三百乘方法其三乘方者用三率曰四曰六止兩數則又廻用右方之四為一率以補之曰四六四先以末位四加一〇為四〇次以六加兩〇為六〇〇再以首位四加三〇為四〇〇〇乃以四千乘方法四乘方者廻用首行之五補足四率曰五曰一十曰一十曰五然後加〇如右圖五乘方者廻用首行之六及二行之一十五補足五

率也

通曰凡補一位者止廻用首行之數補二位者則兼用二行之數補三位者則兼用三行之數也其加〇之法每一位加一〇毋論其數之原有〇無〇與夫原數之為零為幾十幾也

諸式

一乘方式即平方　術實六百七十六萬五千二百〇一初商二為方法以求廉法立二〇為通率列中位列方法於左位以相乘得四十以較餘實之首二七約得六之

一二段二七六作二百七十六是二百七十內有六回四十也乃立六為廉法列於右位自乘得三十六為隅法附列乃以廉法六乘四十得二百四十并隅法三十六共二百七十六盡第二段餘實五二〇一并廉入方為二

十六列左乘通率二十得五百二十以較餘實得一又以一為廉法列右自乘仍是一為隅法共五二一而實不足減乃作五千二百〇一盡第四段商得二六〇一也

又式　術若已得廉法而以乘通率反浮餘實或廉法相合而隅法又浮餘實者皆減其廉法以乘之如實二百八十九初商一除實餘實一百八十九次商以方法乘通率得二〇以較餘實可用九除實一百八十而隅法八十一則浮原積是九不可用矣減一數用八仍不足除乃用七為廉法乘得一四除實一百四十尚餘四十九足除隅法故商得一十七也

再乘方式即立方　術實二十三萬八千三百二十八尋原毋六自乘再乘得二一六除實餘二萬二千三百二十

六
捌貳叁
二 捌·六
二 叁一
貳二

廉 中毋 方
二 三〇〇 三六
四 三〇 六
八

八以六為方法求廉法用二率曰三十曰三百自下而上疊位以方六對三〇以方六自乘得三六對三〇〇各列於左初乘以三六乘三〇〇得一萬〇八百以視餘實約得二之一乃立二為廉以對三〇〇復以廉二自乘得四又以二四相乘得八為隅皆列右以廉二乘一萬〇八百得二萬一千六百再乘以六乘三〇得一百八十又以四乘之得七百二十弁初乘數及隅八共二萬二千三百二十八減實盡商得

六十二也

又式　術若初商方法只係一數者通率無乘須幷諸率除之如實一千三百三十一初商以一

一　壹　叁　叁　壹

為方法除淨首實一千次幷中位兩通率一除可淨即以一為廉法對通率三百廉自乘仍得一對通率三十再乘仍得一為隅附列共幷得三百三十一兩率一隅除實盡商得一十一也

通曰凡以一為方法者皆可以諸位通率幷之以求也

三乘方式　術實一千四百七十七萬六千三百三十

一 八 一
壹 肆 柒 柒 陸 叁 叁 陸 (六
一 二 九 六

方	母	中	廉
二一六	四〇〇〇		二
三六		六〇〇	四
六		四〇	八
			一六

六尋原母六自乘再乘三乘得一二九六除實餘一百八十一萬六千三百三十六以六為方法求廉用通率三位曰四十曰六百曰四千方六自乘得三六再乘得二一六自下而上對列初乘以二百一十六乘四千得八十六萬四千較餘實約二之一以二為廉自乘得四再乘得八三乘得十六自上而下對列乃以二乘八十六萬四千得一百七十二萬八千再乘以三十六乘六百得

二萬一千六百以四乘得八萬六千四百三乘以六乘四十得二百四十以八乘得一千九百二十乃并三數及隅十六共合餘實商得六十二

四乘方式　術實九億一千六百一十三萬二千八百三十二尋原毋六自乘至四乘得七七七六除實餘一億三千八百五十三萬二千八百三十二求廉用四位通率曰五十曰一千曰一萬曰五萬以方法六自乘得三十六再乘得二百一十六三乘得一千二百九十六自下而上對列初乘以一千二百九十六乘五萬得六

五八三一

六貳叄捌叄貳壹陸壹玖

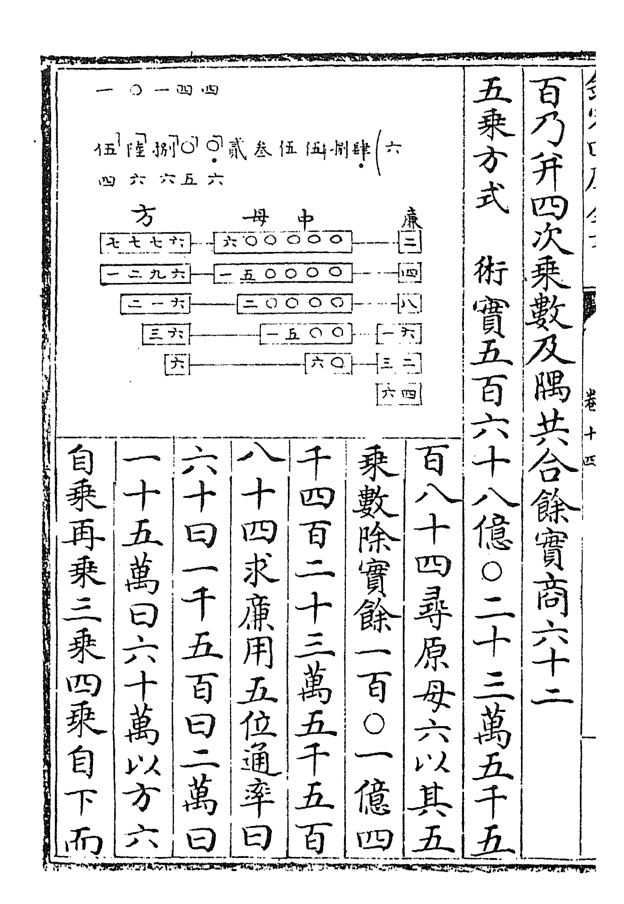
六七七七

廉		中毋		方
三	—	五○○○○	—	一二九六
四	—	一○○○○	—	二一六
八	—	一○○○	—	三六
一六	—	五○	—	六
三二				

千四百八十萬以較餘實約得二之一以二為廉自乘得四再乘得八三乘得十六自上而下對列又四乘得三十二為隅乃以二乘六千四百八十萬得一億二千九百六十萬次乘二百一十六乘一萬得二百一十六萬以四乘得八百六十四萬三乘三十六乘一千得三萬六千以八乘得二十八萬八千四乘六乘五十得三百以十六乘得四千八

百乃幷四次乘數及隅共合餘實商六十二

五乘方式　術實五百六十八億〇二十三萬五千五

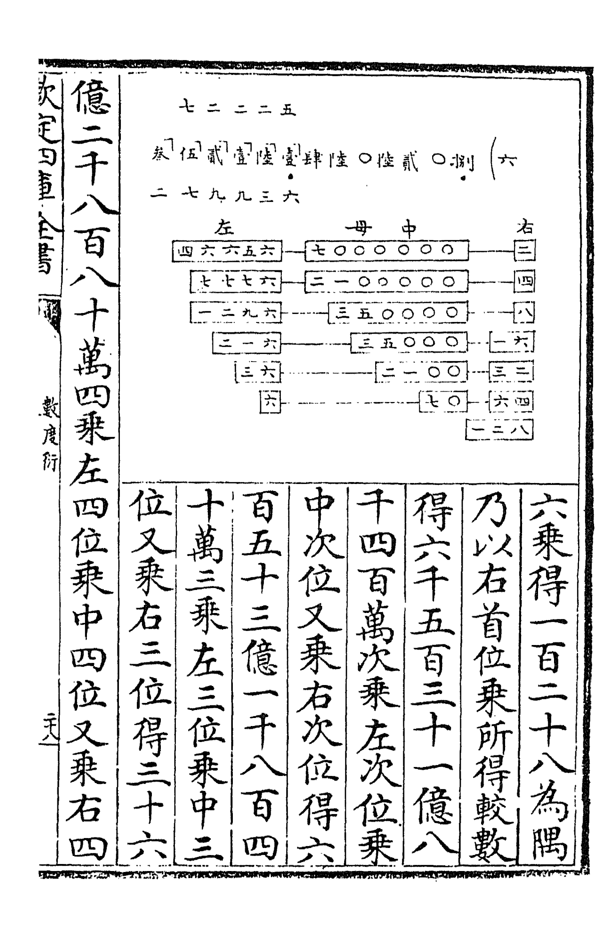


百八十四尋原母六以其五乘數除實餘一百〇一億四千四百二十三萬五千五百八十四求廉用五位通率曰六十曰一千五百曰二萬曰一十五萬曰六十萬以方六自乘再乘三乘四乘自下而

上對列初乘左首位乘中首位得四十六億六千五百六十萬以較餘實約得二之一以二為廉自乘再乘三乘四乘自上而下對列又五乘得六十四為隅乃以右首位乘所得較數得九十三億三千一百二十萬次乘左次位乘中次位又以右次位乘之得七億七千七百六十萬三乘左三位乘中三位又以右三位乘之得三千四百五十六萬四乘左四位乘中四位又以右四位乘之得八十六萬四千五乘左末位乘中末位又以右末位乘之得一萬一千五百二十𠦃五次乘數及隅共

合餘實商得六十二

六乘方式　術實三萬五千二百一十六億一千四百六十萬六千二百○八尋原母六以其六乘數除實餘七千二百二十二億五千四百六十萬○六千二百○八求廉用六位通率曰七十曰二千一百曰三萬五千曰三十五萬曰二百一十萬曰七百萬以方六自乘再乘三乘四乘五乘自下而上對列初乘左首位乘中首位得三千二百六十五億九千二百萬以較餘實約得二之一以二為廉自乘再乘三乘四乘五乘自上而下對列又



六乘得一百二十八為隅乃以右首位乘所得較數得六千五百三十一億八千四百萬次乘左次位乘中次位又乘右次位得六百五十三億一千八百四十萬三乘左三位乘中三位又乘右三位得三十六億二千八百八十萬四乘左四位乘中四位又乘右四

位得一億二千○九十六萬五乘左五位乘中五位又乘右五位得二百四十一萬九千二百六乘左六位乘中六位又乘右六位得二十六萬八千八百并六次乘數及隅共合餘實商得六十二

七乘方式　術實四兆五千九百四十九萬七千二百九十八億六千三百五十七萬二千一百六十一尋原母一除實一兆餘實求廉用七位通率曰八十曰二千八百曰五萬六千曰七十萬曰五百六十萬曰二千八百萬曰八千萬方法一數無乘當并通率諸位以較餘

三〇二九五一五六〇二

肆伍玖肆玖柒貳玖捌陸叁伍柒貳壹陸壹（一

三二九九八一六九六

左	中母	右
一	八〇〇〇〇〇〇〇	二
一	二八〇〇〇〇〇〇	四
一	五六〇〇〇〇〇	八
一	七〇〇〇〇〇	一六
一	五六〇〇〇	三二
一	二八〇〇	六四
一	八〇	一二八
		二五六

實而惟首次兩數同為大數其餘小數不足為多寡且從省只弁首次兩率開之弁得一億〇八百萬以較餘實約可用三然自乘之九乘中次位其數浮當減用二為廉自乘再乘三乘四乘五乘六乘自上而下

對列又七乘得二百五十六為隅初乘右首位乘中首位得一億六千萬次乘右二位乘中二位得一億一千二百萬三乘右三位乘中三位得四千四百八十萬四乘右四位乘中四位得一千一百二十萬五乘右五位乘中五位得一百七十九萬二千六乘右六位乘中六位得一十七萬九千二百七乘右七位乘中末位得一萬〇三百六十八乃并七次乘數及隅共三億二千九百九十八萬一千六百九十六以除餘實尚餘實二千九百五十一萬五千六百〇二億六千三百五十七萬

二一(壹陸壹貳柒伍叁陸二〇六五一五九二

左	中	右
三五八三一八〇八	八〇〇〇〇〇〇〇	一
二九八五九八四	二八〇〇〇〇〇〇	一
二四八八三二	五六〇〇〇〇〇	一
二〇七三六	七〇〇〇〇〇	一
一七二八	五六〇〇〇	一
一四四	二八〇〇	一
一二	八〇	一
		一

二千一百六十一乘得三億從三兆除起再商自首至尾以一段開之乃幷廉入方共一十二自乘再乘三乘四乘五乘六乘自下而上對列於左初乘左首位乘中首位得二千八百六十六萬五千四百四十六億四千萬以較餘實只可用一以一為廉無乘隅亦是一

次乘左次位乘中次位得八十三萬六千〇七十五億五千二百萬三乘左三位乘中三位得一萬三千九百三十四億五千九百二十萬四乘左四位乘中四位得一百四十五億一千五百二十萬五乘左五位乘中五位得九千六百七十六萬八千六乘左六位乘中六位得四十萬〇三千二百七乘左末位乘中末位得九百六十乃并七次乘數及隅共合餘實商得一百二十一尋原之法平方可求立方之原兼平方立方可求多乘之原若三乘方者以平方開之得數又平方開之即得

原矣五乘方者以平方開之得數又立方開之或先開立而後開平即得原矣六乘方者作四乘方開二次即得其原七乘方者作平方開三次即得其原八乘方者作立方開二次即得其原九乘方者先開平而後開四乘或先開四乘而後開平即得其原若十乘方者作四乘方開二次即得其原矣

奇零諸乘開方法

式　術凡開方諸法以尋原為第一義即奇零中有母數子數俱有原可用者如平方九之四則以三之二為

原以三自乘得九以二自乘得四也如再乘立方二七之八亦以三之二為原以三自乘再乘得二十七以二自乘再乘得八也又如三乘方所得八一之一六亦以三之二為原以三自乘再乘三乘得八十一以二自乘再乘三乘得一十六也有二數並列子母不同而亦有原數可用者如四之二與九之八並列依對乘法兩母乘得三十六兩子乘得一十六是為三六之一六其平方之原為九之四以四九三十六四四一十六可用四為紐數者也有以全數帶奇零而亦有原可尋者如有全數二又二七

之一○依化法化得二七之六四尋其立方之原為三之四以三再乘為二十七四再乘為六十四歸整得一又三之一也凡有原可尋則可開無原可尋則不可開必命分之母與得分之子各有原則可開若一有原一無原則不可開也尋原之術數之多者約之以至於寡如四五之二○約之為九之四其開平方之原即是三之二也如八一之二四約之為二七之八其開立方之原即是三之二也他一有原一無原者如九之六九有原六無原又如二○之二一則命分數與得分數俱無原皆不可開矣然數窮則

變變則通不可開者又立法以開之如無原有數之最相近者可借以為原即以本數析之又析而相近之原可得也析之之法多取進位平方或析一為十為百立方或析一為百為千數彌多者求彌密其原亦彌近也彌近之數或稍多於所求或稍約於所求而皆可以為原者也如以五數為開平方是為無原而任借一〇為一〇〇之原以一十自乘得一百以五乘得五〇〇雖一〇不為五〇〇之原乃其原之最近者有兩數其一為四八四以二二為原二十二自乘得四百八十四也此近而朒者其一為五二九以二三為原二十三自乘得五百

二十九也此近而盈者何也試以所借一〇為命分之母以二二為得分之子以一〇之二二自乘此係整二又帶零一十之二所得一〇〇之四八四內除四百為四整數餘八四為一〇〇之八四夫以四零一〇〇之四八視二零一〇之二猶五百與二十二之比例也試以所借一〇為母以三二為子以一〇之三二自乘此係整二又帶零一十之三得一〇〇之九二五內除五百為五整數餘九二為一〇〇之九二夫以五零一〇〇之九二視二零一〇之三猶五百與二十三之比例也故五可以借一十也如以九數為開立方亦為無原而任借一〇為一〇〇〇之原以九乘得九〇〇〇雖九千不以一十為原而其

近原者亦有兩數一為八〇〇以二〇為原此近而朒者一為九七六一以二一為原此近而盈者何也試以一〇為母一〇之二〇係整二數自乘再乘即得一〇之八試以一〇為母一〇之二一係整二數零一十之一自乘再乘即得九零一〇〇〇之六一也一母十自乘再乘得一千子整二化二十升入一為二十一自乘再乘得九千二百六十一以九千歸整得整九餘為一千之二百六十一也故一〇可以為九借也如以四〇數為四乘方亦為無原任借一〇自乘至四乘得一十萬以一十乘之得四百萬用前法推衍其原之近者一為二〇一為二一何也以一〇為二〇之母則一〇之二〇係整二數自乘至四乘為

一〇之三二以視四〇近而朒以一〇為二一之母則一〇之二一係整二數零一十之一自乘再乘化整數幷子法如前母四乘得一十萬子自乘再乘得九千二百六十一三乘四乘得整四十數零一十萬之八萬四千二百〇一二十一以三乘得一十九萬四千四百八十一以四乘得四百〇八萬四千二百〇一內以四百萬還原得整四十數其零為八四二〇一也以視四〇近而盈故一〇可以為四十借也

數度衍卷十四